FONDO PIZZOFALCONE

BIBLIOTECA NAZIONALE VITTORIO EM. III
B. Prov.
V
391
NAPOLI

BIBLIOTECA PROVINCIALE
Armadio XII
Palchetto E
Num.° d'ordine
40
B
17
8406
20923

Digitized by Google

Digitized by Google

Digitized by Google

132
1
21

B. Prov.
V
391

Digitized by Google

Digitized by Google

615489

TRATTATO ANALITICO

SULLA

DOTTRINA

DEL

CALENDARIO,

DI

TOMMASO MANDOJ,

Professore di Matematica nella Scuola Militare.

NAPOLI,
DALLA TIPOGRAFIA DI RAFFAELLO DI NAPOLI

1841.

Digitized by Google

Digitized by Google

A S. E.

IL SIGNOR MARESCIALLO DI CAMPO

D. FRANCESCO MARIA TANCHI,

ISPETTORE DEGLI ISTITUTI DI EDUCAZIONE MILITARE,
COMMENDATORE DI S. GIORGIO DELLA RIUNIONE, ec.

SIGNOR GENERALE,

Alle tante pruove di particolare bontà ch' Ella più volte si è benignata darmi, aggiunger debbo quella di avermi permesso di dedicarle questa mia operetta sulla dottrina del Calendario; la qual materia è tra noi poco conosciuta e pochissimo coltivata, abbenchè sia stata per altro trattata diversamente da' più gran matematici sì antichi che moderni.

Digitized by Google

Sono però non poco dispiaciuto, Signor Generale, di non poterle offrire un omaggio più degno delle tante virtù che l' adornano, e più corrispondente ai sentimenti di gratitudine che le professo. Ma spero che la sua bontà voglia supplire in parte al difetto della giusta e conveniente proporzione ch' esser vi dovrebbe tra la mia tenue offerta ed i suoi distinti meriti.

Intanto col gradire benignamente questo mio lavoro, Ella verrà maggiormente ad incoraggiarmi a far cose migliori, e così a rendermi più meritevole della sua benevolenza, nella quale la prego a mantenermi, ora vie più che a tutti si fa palese in quanto onore io l' avessi.

Col più profondo rispetto intanto mi glorio confermarmi.

Napoli li 13 agosto 1841.

Suo umiliss. e divotiss. servo
Tommaso Mandoj.

Digitized by Google

PREFAZIONE.

Dall'esatta conoscenza de'moti del sole e della luna dipende in gran parte l'esattezza del calendario, e perciò fino a tanto che l'astronomia non giunse a tal grado di avanzamento da far conoscere con precisione la natura e la durata di questi due moti, fu impossibile di esattamente combinarli insieme, per avere un preciso regolamento de' tempi, da servire a' bisogni della vita e della civil società; cioè a dire, un esatto e ben regolato calendario.

In ogni tempo e presso tutte le nazioni, sì antiche che moderne, si son veduti degli uomini d' ingegno dedicarsi con tutto lo sforzo che la scienza permetteva loro al perfezionamento del calendario; ed alla sua imperfezione un tempo, debbono attribuirsi le oscurità e le dubbiezze che involgono le antiche storie, le cronologie, le pergamene, le carte, i diplomi, ec. Intanto è forza convenire che l' uso adottato anticamente dalla Chiesa, e poscia da' PP. del Concilio Niceno come canone stabilito, di doversi celebrare la Pasqua la domenica che segue la XIV luna del primo mese, il quale dipende dall' equinozio di primavera, ha grandemente influito alla perfezione del calendario; dappoichè ad ottenere l' esatta e generale soluzione del problema della Pasqua, era d' uopo studiar più profondamente i moti del sole e della luna. E quantunque Eusebio vescovo di Cesarea, incaricato da' PP. dell' indicato Concilio, nel 325 dell' era volgare, e Vittorio, e Dionisio il giovane, ed il venerabile

Digitized by Google

Beda, ed altri valenti uomini, si fossero occupati con metodi diversi a combinare insieme i moti di questi due astri, pur tuttavia non potettero compiutamente riuscirvi, perchè lo stato della scienza a quei tempi non somministrava loro tutti i dati necessarî, e con la dovuta esattezza, per avere la cercata soluzione.

Parve serbata al Pontefice Gregorio XIII la gloria non solo di correggere compiutamente l' antico calendario, ma di sostituire a quello un altro nuovo e perpetuo, in dove così mirabilmente combinati insieme si osservano i moti del sole e della luna, che mai dagli uomini imparziali potrà bastantemente lodarsi. Pubblicata appena nel 1582 questa riforma gregoriana, che da tutti i dotti di Europa venne applaudita ed ammirata, per la facilità ed esattezza delle regole. E quantunque dallo Scaligero, dal Lydias, dal Levera, dal Vieta, e da altri le si fossero fatte delle opposizioni, pur non di meno il Clavio (a), il Petavio (b), il Riccioli (c), ed altri ancora, non solo le confutarono e le repressero, ma dimostrarano inoltre la perpetuità del calendario gregoriano. Ed ancorchè nel tempo futuro i moti del sole e della luna non più corrispondessero a quelli che furono adottati da' riformatori, e che perciò, dopo molti secoli, gli equinozî ed i nuovilunî non si trovassero di corrispondere a' posti loro assegnati fin dal 1582, fu ancora dai medesimi autori suggerito il mezzo onde rimediarvi, senza punto variare la forma del calendario.

(a) Apologia del calendario romano.
(b) Unanologia.
(c) Apologia, impressa a Bologna nel 1666 sotto il nome di Michele Manfredi.

Digitized by Google

Moltissime altre opere furono in seguito pubblicate da Gessandi, Cassini, Manfredi, Bianchini, ed altri sulla dottrina del calendario gregoriano; con le quali opere questi grandi scrittori mostrarono in qual' alto concetto lo avessero. In questo secolo due sommi matematici ed astronomi sono stati i primi ad applicar l' analisi alla dottrina del calendario: uno fu il Dottor Gauss che in una dotta memoria, inserita nella corrispondenza astronomica del Barone de Zach (anno 1800, pag. 129), diede una formola analitica sul calcolo della Pasqua, elegante a segno, che fece dire al signor Delambre *ces peu de lignes de M. Gauss, renplacerait le gros volume de Clavius*. L' altro è lo stesso Delambre, che dal 1813 al 1816 per ben tre volte ha scritto sul calendario. Pur non di meno la formola del Gauss non è di quella generalità che le si attribuisce, ed il signor Ciccolini ha dimostrato, nelle sue note alle memorie di Gauss, che essa formola non può usarsi con sicurezza che fino al 4199, dacchè in seguito vi sono infiniti anni per i quali la formola è falsa. La Pasqua, per esempio, del 4200, la quale cade a' 20 di aprile, non risulta dalla formola di Gauss che a' 13; « e quantunque » (dice il Ciccolini) siavi un elasso di tempo con- » siderevolissimo dal corrente anno (1817) al 4199, » tuttavia non è da comportarsi dagli studiosi del- » l' analisi di lasciarla così imperfetta, tanto più » che non possiamo dubitar dello scopo dell' autor » suo allorchè il pubblicò, il quale scopo fu quel- » lo certamente di darne una regola certa di de- » terminare la Pasqua di un anno qualunque, in » qualunque secolo, il che può essere una pruova » ch' egli medesimo ne facesse l' applicazione al- » l' anno 4763, posteriore di più secoli del 4199.

Digitized by Google

La falsità della formola del Dottor Gauss dipende dacchè facendo uso l'autore di alcuni numeri, ch'egli chiama M e che variano quasi ad ogni secolo, la regola che dà per determinarli non è generale, e non potrà usarsi con sicurezza che fino al 4199.

Le formole del signor Delambre, quantunque giuste, non hanno però quella semplicità ch' è propria dell' analisi, ed i metodi impiegati per ricavarle non sono del tutto analitici; in modo che, a sentimento dello stesso Ciccolini, il Delambre non ha fatto *che trasformare le regole gregoriane in simboli analitici*.

Il signor Ciccolini, che più d' ogni altro si è occupato della *calendariografia*, come lo attesta il Barone de Zach nel decimo volume della sua corrispondenza astronomica, pag. 382, non solo ha ridotto a perfetta analisi quanto fu detto dal Delambre, ma fa inoltre una compiuta discussione della memoria del Dottor Gauss, per via di chiarimenti, di aggiunte, e di note alla sua libera traduzione della stessa memoria. Di più corregge compiutamente la formola che dà il Gauss del valore di M, e ne ricava un' altra più elegante o più generale. Indi dà due bellissime formole dell' epatta gregoriana, che sono le più semplici e generali di quante fin' ora se ne fossero pubblicate, almeno per quanto è a mia conoscenza. In fine dà una formola analitica per calcolare la Pasqua, la quale, quantunque si avvicinasse alla regola di Gauss, pure ha il merito di essere indipendente da' numeri rappresentati da Gauss con M ed N, i quali variano quasi ad ogni secolo.

Sulle tracce di tanti valenti scrittori ho cercato anch' io, nel comporre il presente *Trattato analitico sulla dottrina del calendario*, di attenermi, per quanto più mi è stato possibile, al rigore dell' analisi.

Digitized by Google

Nel primo capitolo, partendo dalle nozioni più elementari, ricavo le formole (5), (6), (9), (10), che servono ne' due calendari a trovare in che giorno della settimana cade un dato giorno di un anno dato. Nel secondo capitolo dalle medesime formole (6), e (10) deduco quasi per corollario le altre (13), e (17), affin di determinare la lettera domenicale di un anno dato, sì pel calendario giuliano, che pel gregoriano, le quali coincidono con quelle trovate per altra strada dal Ciccolini; ma in seguito ricavo per la stessa lettera domenicale due nuove formole (16) e (24), la prima delle quali, quantunque abbia un termine di più dell' altra (13), pure riesce più facile nelle applicazioni. L' altra formola (24) è poi indicibilmente più elegante della (17), perchè ha solamente tre termini che si calcolano con la massima facilità, mentre che la formola (17), trovata ancora dal Ciccolini, ha quattro termini più difficoltosi a calcolarsi. In fine espongo nei numeri 15 e 23 due altri metodi per trovare la lettera domenicale, i quali sono così facili, che si possono praticare a memoria da chicchessia.

Nel terzo capitolo, dopo di aver parlato del numero d' oro, ricavo per l' epatta gregoriana la formola (32), la quale, quantunque trovata con un processo più elementare, è dovuta al Ciccolini, per quanto io sappia, ed in tale occasione stabilisco la formola (33), ch' è l' esatta espressione de' valori di M del Dottor Gauss, e ch' è diversa da quella trovata dal Ciccolini nelle sue note alla memoria di Gauss. Indi fo osservare come con la formola (34) si possa costruire la *tavola spasa delle epatte* immaginata da Luigi Lilio (a), e di più che il

(a) Ad onore del nostro regno deve dirsi che Luigi Lilio fu l' autore della riforma gregoriana. Egli fu che tolse i nu-

Digitized by Google

valore che ha M in un secolo dato, non è altro che il numero della lettera indice di quel secolo aumentato di 14. Per esempio, nel passato e nel corrente secolo la lettera indice è C la quale occupa la 9ª linea, e perciò accrescendo questo numero 9 di 14, la somma 23 sarà il valore di M del passato e del corrente secolo. Questa osservazione, che non è stata da altri fatta, ci somministra un altro metodo per trovare i valori di M; poichè abbiamo già per altri principî una regola sicura per trovare i numeri dalle lettere indici de' diversi secoli, come può vedersi in Clavio, pag. 170, edizione di Roma del 1603.

---

meri d'oro dal calendario, e vi sostituì le epatte da lui immaginate, ed il suo calendario intitolato: *Compendium novæ rationis restituendi calendarii*, fu dal Papa Gregorio XIII inviato a tutti i principi cristiani, a tutte le più rinomate università per farlo esaminare, e venne poscia dallo stesso Papa adottato nel breve della riforma.

I signori De La Lande e Rivard, e quasi tutti gli scrittori francesi, vogliono che il Lilio fosse medico calabrese; ma gli autori del nuovo dizionario istorico mettono in dubbio ch' egli fosse tale; ecco come si esprimono parlando del Lilio:

» Luigi Lilio, non già Veronese come equivocano molt-
» tissimi col Mantucla (e col Boussut), nè Romano co-
» me altri lo suppongono, ma bensì calabrese, anzi di Cirò
» nella diocesi di Umbriatico, sarebbe un uomo totalmente
» oscuro se non lo avesse renduto immortale il suo progetto
» della riforma del calendario, seguita sotto Gregorio XIII.
» Nulla sappiamo della vita da lui condotta, nè cosa alcuna
» abbiamo alle stampe, essendoci pure ignoto donde abbiano
» ricavato i signori francesi ch'egli fosse medico. Ma tutti gli
» scrittori di quel tempo, e la stessa bolla del Papa suddetto
» assicuragli la gloria di tale invenzione, per cui non è fuori
» proposito il congetturare che egli fosse versato nella matema-
» tica e nell'astronomia. Il Lilio non ebbe la sorte di ve-
» dere il suo progetto eseguito, anzi prevenuto dalla morte
» non potè neppure offrirlo al Pontefice, e quindi glielo pre-
» sentò poscia Antonio di lui fratello.

Digitized by Google

Nel quarto capitolo fo vedere come, data l'epatta e la lettera domenicale di un anno qualunque e di qualunque secolo, si possa analiticamente determinare la Pasqua. A tale oggetto ricavo la formole (36) e (38), la prima delle quali vale pel caso in cui l'epatta è minore di 24, e la seconda per quando è maggiore di 23. Indi con un semplicissimo calcolo riduco questi due casi ad un solo, e trovo le formole (39), (40), (41), (42), che corrispondono a quelle trovate dal Ciccolini con un calcolo più laborioso e per istrada diversa, premettendo alcune formole ch'egli ricava nel numero 26 delle sue note alla memoria di Gauss. Di poi con una piccolissima modificazione fatta alle medesime formole ricavo le altre (44), (45), (46), che ci danno una dimostrazione semplice e generale della regola di Gauss, il che merita, a parer mio, l'attenzione de' dotti, perchè il Gauss non dà della sua formola dimostrazione alcuna che sia generale.

Nella nota del numero 54 ho posto una semplicissima dimostrazione delle due eccezioni che accompagnano la regola di Gauss, e trovo facilissimamente l'espressione $a=\left(\frac{11M+11}{30}\right)_r$, che il Ciccolini, alla nota 28 della stessa citata memoria, ricava con un calcolo lungo e complicato.

Nel quinto capitolo mi applico a trovare le formole generali di tutte le altre feste mobili, delle vigilie de' quattro tempi, della prima domenica dell'Avvento, e del numero delle domeniche intercette tra Pentecoste e l'Avvento. E siccome nel capitolo precedente vi sono tre metodi diversi per trovare la Pasqua, così per ciascuno di questi vi sono le corrispondenti formole per trovare tutte le altre feste mobili. In seguito espongo le formole delle

Digitized by Google

altre feste mobili di second' ordine (mi sia permesso di chiamarle così), che non sempre vengono notate ne' calendarî nella lista delle feste mobili. Ho cercato d' impiegare ne' calcoli la massima semplicità e brevità che ho potuto, affin di presentare le formole sotto l' espressione più elegante ch' è stata possibile.

Nel sesto capitolo parlo della lettera del martirologio e de' cicli, ed ivi (dopo di aver dato le formole opportune per trovare il ciclo solare, il ciclo dell' indizione romana, il ciclo pasquale, ed il periodo giuliano) ricavo con un nuovo metodo le formole (115), (116), (118), con l' aiuto delle quali, qualora sieno dati i numeri de' tre cicli solare, lunare e dell' indizione, appartenenti ad un anno qualunque, si può facilmente trovare l' anno dell' era volgare al quale appartengono, come ancora il numero del periodo giuliano e quello del ciclo pasquale corrispondente.

Nel settimo capitolo mi occupo a risolvere, per ambi i calendarî, una serie di problemi i più difficoltosi in materia di *calendariografia*, nè da altri ancora risulti. Nel problema IV, ch' è il più difficile, dopo di aver ricavata la formola (139), che ci dà tutti gli anni di un secolo dato che abbiano una data epatta ed una data lettera domenicale, soggiungo le tavole de' numeri 103, 106, con le quali facilissimamente e direttamente si trovano per ambi i calendarî i medesimi anni in questione. Ne' problemi VI e VII trovo, mercè la formola (139), gli anni di un dato secolo ne' quali la Pasqua cade a' 22 di marzo, ovvero a' 25 di aprile, che sono i limiti della Pasqua, e dò ancora delle tavole opportune per trovare i medesimi anni con maggiore facilità. Ne' problemi VIII e IX trovo gli anni di un dato secolo, ne' quali la Pasqua cade a'

Digitized by Google

19 ed a' 18 di aprile, quantunque dalla formola (42) risultasse a' 26, o a' 25 di aprile, ed anche per questi problemi metto delle tavole per trovare più agevolmente questi medesimi anni. Fo osservare in questi due problemi, che queste eccezioni della formola (42), eccezioni già dimostrate nella nota del numero 54, non possono aver luogo nel calendario giuliano, il che non è stato da altri avvertito.

Tutte le tavole da me poste in questi problemi meritano una particolare considerazione, perchè danno direttamente ed esclusivamente gli anni cercati. In fine nel problema X trovo tutti gli anni di un dato secolo ne' quali la Pasqua cade in un giorno dato, e questo problema comprende come casi parlicolari gli altri IV, VI, VII, VIII e IX separatamente trattati. Ad ogni problema soggiungo degli esempî, affinchè il metodo restasse più basato e non s' incontrasse difficoltà alcuna nell' applicazione delle corrispondenti formole.

Nell' ottavo capitolo tratto di alcuni usi volgarmente praticati dell' epatta, per trovare l' età della luna, il suo lungo nello zodiaco, la sua distanza dal sole, e quanto tempo risplende la notte. Ho creduto di dover tralasciare le dimostrazioni di alcuni di questi usi, perchè avrei dovuto trattare di cose eccedenti i limiti stabiliti in quest' opera, senza un preciso bisogno, dacchè, come avverto il lettore alla fine del capitolo, le regole praticate per questi usi non sono di una precisa esattezza, e ne' risultati per conseguenza vi è sempre qualche piccola differenza, qualora si confrontassero con quelli delle effemeridi de' moti celesti: ma queste diversità sono per altro trascurabili negli usi civili.

Nel nono capitolo parlo delle notizie crono-

Digitized by Google

logiche, e trovo le formole di corrispondenza delle principali epoche con un anno qualunque dell' era volgare: indi risolvo il problema di trovare un dato giorno di un anno dato dell' era volgare a qual giorno ed anno dell' egira corrisponde, e, reciprocamente, un dato giorno di un dato anno dell' egira a qual giorno ed anno dell' era volgare corrisponde; ed il metodo da me praticato è così diretto e semplice, da non lasciare veruna difficoltà. Soggiungo a ciascuno di questi problemi degli esempî, per mostrare l' applicazione delle formole trovate. In fine aggiungo una tavola cronologica di tutte le più conosciute epoche, e risolvo il problema generale di cronologia matematica, di trovare cioè un dato giorno di un dato anno di un' era qualunque, a che giorno ed anno corrisponde di un' altra era data. La semplicità colla quale ho esposto la soluzione di questo problema, e la moltiplicità degli esempî che suggiungo, credo che non lasci nulla a desiderare, tanto per la chiarezza, che per l' applicazione delle formole.

Finalmente nel decimo ed ultimo capitolo espongo un metodo pratico con cui servirsi delle tavole poste nel corpo e alla fine dell' opera, per trovare senza calcolo alcuno tutte le feste mobili di qualunque anno, compreso dal 1600 fino al 5000, e ciò in grazia di coloro che non volessero, o non sapessero far uso delle formole stabilite. Col quale ultimo capitolo ho creduto di rendere questo libro utile a qualunque classe di persone, ed è stato questo l' unico motivo che mi ha indotto a fare il presente lavoro di pubblica ragione.

Digitized by Google

INDICE

DELLE MATERIE.

CAPITOLO I.

Num.		Pag.
1	Introduzione	1
3	Formola (4) per trovare nel calendario giuliano in che giorno della settimana finisce un dato anno .	6
4	Formola (5) per trovare nel calendario giuliano in che giorno della settimana cade un dato giorno di un anno dato	7
	Altra formola (6) più elegante per trovare nel calendario giuliano in che giorno della settimana cade un dato giorno di un anno dato	9
5	Formola (8) per trovare nel calendario gregoriano in che giorno della settimana finisce un anno dato.	13
6	Formola (9) per trovare nel calendario gregoriano in che giorno della settimana cade un dato giorno di un anno dato	13
	Altra formola (10) più elegante per trovare in che giorno della settimana cade un dato giorno di un anno dato	15
7	Regola per trovare in che giorno della settimana cade un dato giorno di un anno qualunque di questo secolo.	17
8	Regola per trovare in che giorno della settimana cade un dato giorno di un anno qualunque de' due secoli prossimi futuri	18

CAPITOLO II.

9	Delle lettere domenicali	19
11	Formola (13) per trovare la lettera domenicale giuliana di qualunque anno dato	21

Digitized by Google

Num. Pag.

Regola per trovare la lettera domenicale giuliana
14 di un anno dato 25
Altra regola per trovare più facilmente la lettera
15 domenicale giuliana di un anno dato 28
16 Tavola perpetua delle lettere domenicali giuliane. 31
Altra formola (16) per trovare la lettera dome-
17 nicale giuliana di un anno dato 33
Altra regola per trovare nel calendario giuliano
in che giorno della settimana cade un dato giorno
18 di un anno dato 34
Tavola per trovare in ambi i calendarî senza
calcolo alcuno in che giorno della settimana cade un
dato giorno di un anno dato 37
Formola (17) per trovare la lettera domenicale
19 gregoriana di qualunque anno dato 39
Regola per trovare la lettera domenicale grego-
21 riana di qualunque anno di questo secolo 42
Altra regola per trovare la lettera domenicale
gregoriana di un anno qualunque appartenente a qua-
23 lunque secolo 46
25 Tavola perpetua delle lettere domenicali gregoriane. 49
Altra formola (24) per trovare la lettera dome-
26 nicale gregoriana di qualunque anno dato 52
Altra regola per trovare nel calendario gregoriano
in che giorno della settimana cade un dato giorno
27 di un anno dato 53

CAPITOLO III.

28 Del numero d'oro 56
Formola (25) per trovare il numero d'oro di un
anno qualunque dato. 57
29 Tavola perpetua de' numeri d'oro 60
30 Dell' epatta 62
32 Dell' epatta giuliana 64
Tavola perpetua delle epatte giuliane corrispon-
denti a' loro rispettivi numeri d'oro 66
Formola (27) per trovare l' epatta giuliana di un
anno dato 67
Formola (28) per trovare il numero d'oro quan-
33 do è data l'epatta giuliana 68
34 Dell' epatta gregoriana 69

Digitized by Google

Num. Pag.

Formola (29) per calcolare la quantità dell' equa-
35 zione lunare di un dato secolo 71
Formola (30) per calcolare le quantità dell' equa-
36 zione solare di un dato secolo 73
Formola (32) per calcolare l' epatta gregoriana
37 di un anno qualunque 75
38 Formola (33) per calcolare i valori di M . . 76
Tavola spasa delle epatte gregoriane 78

CAPITOLO IV.

41 Del calcolo della Pasqua. 84
Formole (35) e (36) per calcolare la Pasqua sì giuliana che gregoriana di un anno dato, quando l'e-
45 patta è minore di 24 92
Formole (37) e (38) per calcolare la Pasqua di
46 un anno dato, quando l' epatta è maggiore di 23 . 94
Formole (39), (40), (41), e (42) per calcolare la Pasqua tanto giuliana che gregoriana di un anno dato,
49 qualunque sia l' epatta 99
Regola del Dottor Gauss per calcolare la Pasqua
51 tanto giuliana che gregoriana di un anno qualunque. 104
52 Tavola de' valori di M ed N fino all' anno 8000. 104
Eccezioni che accompagnano la regola di Gauss,
53 nota del numero 54 109

CAPITOLO V.

55 Calcolo delle feste mobili 110
Formole per calcolare le feste mobili di qualunque anno, tanto pel calendario giuliano che pel gre-
60 goriano, quando l' epatta è minore di 24 122
Formole per calcolare le feste mobili di un anno qualunque per ambi i calendarî, quando l' epatta è
61 maggiore di 23 123
Formole per calcolare le feste mobili di un anno
64 qualunque per ambi i calendarî, e qualunque sia l'epatta 128
Formole per calcolare le feste mobili di secon-
68 do ordine per qualunque anno 134

Digitized by Google

CAPITOLO VI.

Num. Pag.

71 Delle lettere del martirologio di qualunque anno. 138
72 De' cicli 139
73 Formola (109) per calcolare il numero del ciclo solare di un anno qualunque 140
74 Formola (110) per trovare il numero del ciclo lunare di un anno qualunque 141
75 Formola (111) per trovare il numero del ciclo dell' indizione romana di un anno qualunque . . 142
76 Formola (112) per calcolare il numero del ciclo pasquale di un anno qualunque 143
77 Formola (113) per trovare il numero del periodo giuliano di un anno qualunque 144
79 Formola (115) per trovare l' anno dell' era volgare corrispondente a' numeri dati de' tre cicli solare, lunare, e dell' indizione romana. 146
80 Formola (116) per trovare il numero del periodo giuliano corrispondente a' numeri dati de' tre cicli solare, lunare, e dell' indizione romana ivi
81 Formola (118) per trovare il numero del ciclo pasquale corrispondente a' numeri dati del ciclo solare e del ciclo lunare 247

CAPITOLO VII.

83 Problema I. Trovare tutti gli anni di un dato secolo che abbiano un dato numero d' oro 148
85 Problema II. Trovare tutti gli anni di un dato secolo che abbiano una data epatta, tanto pel calendario gregoriano che pel giuliano 151
91 Problema III. Trovare tutti gli anni di un dato secolo che abbiano una data lettera domenicale gregoriana 155
93 Trovare tutti gli anni di un dato secolo ne' quali un dato giorno di essi cade in un fissato giorno della settimana 159
95 Formole (132) per trovare tutti gli anni di un dato secolo, che abbiano una data lettera domenicale giuliana 162
96 Formole (133) e (134) con le quali si passa dalla lettera domenicale giuliana alla gregoriana, e vice versa. 163

Digitized by Google

Pag. Num.

Problema IV. Trovare tutti gli anni di un dato secolo che abbiano una data lettera domenicale ed una data epatta, tanto pel calendario gregoriano che
97 pel giuliano 163

Formole (139) per trovare nel calendario gregoriano tutti gli anni di un dato secolo che abbiano
98 una data epatta, ed una data lettera domenicale. . 166

Tavola per trovare più facilmente nel calendario gregoriano tutti gli anni di un dato secolo che ab-
103 biano una data epatta ed una data lettera domenicale 170

Formola (140) per trovare nel calendario giuliano tutti gli anni di un dato secolo che abbiano una da-
105 ta epatta ed una data lettera domenicale . . . 172

Tavola per trovare più facilmente nel calendario giuliano tutti gli anni di un dato secolo che abbiano
106 una data epatta ed una data lettera domenicale . . 173

Problema V. Dato il giorno della Pasqua trovare la lettera domenicale e l'epatta corrispondente, tan-
107 to pel calendario gregoriano che pel giuliano . . . 174

Formola (141) per trovare la lettera domenicale quando è dato il giorno della Pasqua : 175

Formola (142) per trovare l' epatta quando è dato
109 il giorno della Pasqua 177

Tavola per trovare il giorno della Pasqua, quan-
111 do è data la lettera domenicale e l' epatta 179

Problema VI. Trovare tutti gli anni di un dato secolo ne' quali la Pasqua gregoriana cade a' 22
113 di marzo 181

Tavola per trovare più facilmente tutti gli anni di un dato secolo ne' quali la Pasqua gregoriana ca-
115 de a' 22 di marzo , ... 184

Formola (145) per trovare tutti gli anni di un dato secolo ne' quali la Pasqua giuliana cade a' 22
117 di marzo 186

Tavola per trovare più facilmente tutti gli anni di un dato secolo ne' quali la Pasqua giuliana cade
118 a' 22 di marzo 187

Problema VII. Trovare tutti gli anni di un dato
120 secolo ne' quali la Pasqua gregoriana cade a' 25 di aprile 189

Tavola per trovare con maggior facilità tutti gli anni di un dato secolo ne' quali la Pasqua gre-
124 goriana cade a' 25 di aprile 193

Digitized by Google

Num. Pag.

Formola (148) per trovare tutti gli anni di un secolo dato ne' quali la Pasqua giuliana cade a' 25
125 di aprile 195

Tavola per trovare più facilmente tutti gli anni di un dato secolo ne' quali la Pasqua giuliana cade
126 a' 25 di aprile 197

Problema VIII. Trovare tutti gli anni di un dato secolo ne' quali la Pasqua gregoriana cade a' 19 di aprile, quantunque dalla formola (42) risultasse
127 a' 26 di aprile 198

Trovare con l'aiuto della tavola del numero 115 tutti gli anni di un dato secolo, ne' quali la Pasqua gregoriana cade a' 19 di aprile, quantunque dalla
129 formola (42) risultasse a' 26 di aprile 201

Nel calendario giuliano la formola (42) non po-
130 trà dar mai la Pasqua a' 26 di aprile 262

Problema IX. Trovare tutti gli anni di un secolo dato ne' quali la Pasqua cade a' 18 di aprile,
131 quantunque dalla formola (42) risultasse a 25 di aprile. 202

Tavola per trovare più facilmente tutti gli anni di un secolo dato ne' quali la Pasqua gregoriana cade a' 18 di aprile quantunqe dalla formola (42) risul-
132 terà 25 di aprile 205

Nel calendario giuliano è impossibile che la Pasqua sia a' 18 di aprile, mentre dalla formola (42)
133 risulta a' 19 di aprile 206

Problema X. Trovare per ambi i calendarî tutti gli anni di un dato secolo ne' quali la Pasqua cade
134 in un dato giorno 207

Problema XI. Trovare pel calendario gregoriano tutti gli anni di un dato secolo ne' quali il mese di
138 febbraio avrà cinque giorni dati della settimana . 212

Trovare pel calendario giuliano tutti gli anni di un dato secolo ne' quali il mese di febbraio avrà cin-
140 que giorni dati della settimana 216

Tavola per trovare senza calcolo alcuno tutti gli anni di un dato secolo, che, secondo il calendario gregoriano, il mese di febbraio avrà cinque dati gior-
143 ni della settimana 219

144 Simile tavola pel calendario giuliano 221

Digitized by Google

CAPITOLO VIII.

Num. Pag.

145 Di alcuni usi dell' epatta volgarmente praticati. 222

146 Trovare l' età della luna in un dato giorno di un anno dato ivi

147 Trovare la distanza che ha la luna dal sole in un dato giorno di un anno dato 223

148 Trovare il luogo che ha la luna nello zodiaco in un dato giorno di un anno dato 224

149 Trovare per un dato giorno di un anno dato quante ore risplende la luna nel corso della notte . 225

CAPITOLO IX.

150 Delle notizie cronologiche 226

151 Formola (158) per trovare l' anno della prima olimpiade d' Ifito corrispondente ad un dato anno dell' era volgare 227

152 Formola (161) per trovare l' anno dalla fondazione di Roma secondo Varrone, corrispondente ad un dato anno dell' era volgare 228

153 Formola (162) per trovare l' epoca di Nabonassarro corrispondente ad un dato anno dell' era volgare. ivi

156 Regola per conoscere se un dato anno dell' egira sia intercalare 229

157 Formola (165) per trovare il numero de' giorni intercalati in un dato numero di anni dell' egira . 231

158 Tavola de' mesi maomettani con i rispettivi nomi e numeri de' giorni da' quali sono composti . . 232

159 Problema. Trovare il giorno G e l' anno H dell' era volgare corrispondente al giorno *g*, dell' anno E de' Turchi 233

160 Formole per trovare un dato giorno di un anno dato dell' egira a che giorno ed anno corrisponde dell' era volgare 235

163 Problema. Trovare a qual giorno ed a quale anno dell' egira corrisponde il giorno G (vecchio stile) dell' anno H dell' era volgare 239

Formola (176) per trovare il giorno e l' anno de' Turchi corrispondente ed un dato giorno ed anno dell' era volgare 241

165 Tavola della corrispondenza de' giorni di un anno comune de' Turchi con gli ultimi giorni de' 12 mesi. 244

Digitized by Google

Num. Pag.

Dato il giorno *g* dell' anno *a* appartenente all' era E, determinare il giorno, e l' anno corrispondente
167 di un' altra era E'. 247
Formole per trovare il giorno e l'anno dell'era E'
168 corrispondente al giorno g dell' anno *a* dell' era E . 250
170 Tavola cronologica delle principali epoche . . 254

CAPITOLO X.

Uso delle tavole poste nel corpo e nella fine dell' opera per trovare senza calcolo le feste mobili di
171 qualunque anno del 1600, al 50000 256
Problema I. Trovare senza calcolo alcuno tutti gli anni di un dato secolo che abbiano un dato nu-
175 mero d' oro 264
Problema II. Trovare tutti gli anni di un dato
176 secolo che abbiano una data epatta 265
Problema III. Trovare tutti gli anni di un dato
178 secolo che avranno per una data lettera domenicale. 267
Problema. Trovare gli anni di un dato secolo ne' quali un dato giorno di essi cade in un fissato
179 giorno della settimana 268
Problema IV. Trovare tutti gli anni di un dato secolo che abbiano una data epatta, ed una data let-
182 tera domenicale 270
Problema V. Dato il giorno della Pasqua trova-
183 re la lettera domenicale, e l' epatta corrispondente . 271
Problema VI. Trovare tutti gli anni di un dato
184 secolo ne' quali la Pasqua cadrà a' 22 di marzo . . 272
Problema VII. Trovare tutti gli anni di un dato
185 secolo ne' quali la Pasqua cadrà a' 25 di aprile . ivi
Problema VIII. Trovare tutti gli anni di un dato
186 secolo ne' quali la Pasqua cadrà in un giorno dato. 273
Problema IX. Trovare tutti gli anni di un dato secolo ne' quali il mese di febbraio avrà cinque dati
187 giorni della settimana 274

FINE DELL' INDICE.

Digitized by Google

ERRORI E CORREZIONI.

Pagina 2 *verso* 11 in ogni 134, *leggi* in ogni 131.
Pagina 38 *verso* 7 segnato lunedì, *leggi* segnato venerdì.
Pagina 40 *nella seconda formola* 3c, *leggi* 4c.
Pagina 82 *nel valore di E' posto nella nota, in luogo del termine* $\left(\frac{8K-112}{28}\right)_q$, *leggi* $\left(\frac{8K-112}{25}\right)_q$.
Pagina 87 *verso* 3 Del pari non potendo il novilunio pasquale, *leggi* Del pari non potendo la XIV luna pasquale.
Pagina 90 *verso* 20 e che fosse $N>11$, *leggi* e che fosse l'epatta 25 ed $N>11$.
Pagina 96 *verso* 18 se il numero d' oro è maggiore di 11, *leggi* se l'epatta è 25 ed il numero d'oro maggiore di 11.
Pagina 98 *verso* 10 $\left(\frac{28+30-E}{30}\right)_r$, *leggi* $\left(\frac{23+30-E}{30}\right)_r$.
Pagina 100 *verso* 16 e che si abbia $N>11$, *leggi* e che si abbia l'epatta 25 ed $N>11$.
Pagina 105 *verso* 15 $M=0$, *leggi* $M=1$.
Pagina 109 *verso* 10 *da piede* e che si abbia il numero d'oro maggiore di 11, *leggi* e che si abbia l'epatta 25 ed il numero d' oro maggiore di 11.
Pagina 153 *formola* (122) $\left(\frac{12M+11E+17}{30}\right)_r<19$, *leggi* $\left(\frac{11M+11E+17}{30}\right)_r<19$.
Pagina 168 *verso* 11 *da piede* 476ou, *leggi* 476a.
ivi 20 anche $b'=1$, *leggi* anche $l=1$.
Pagina 172 *verso* 13 532K, *leggi* 432K.
Pagina 188 *verso* 5 *da piede* 2071, *leggi* 2072.
ivi 6 2337, *leggi* 2437.
Pagina 229 *serie* (163) 2°, 5°, 7°, 10°, 16°, 18°, 21°, 24°, 26°, ed il 29°, *leggi* 2°, 5°, 7°, 10°, 13°, 16°, 18°, 21°, 24°, 26°, ed il 29°.

Digitized by Google

Digitized by Google

TRATTATO ANALITICO

SULLA

DOTTRINA

DEL

CALENDARIO.

CAPITOLO PRIMO

INTRODUZIONE.

1. Sappiamo che Giulio Cesare in qualità di sommo pontefice e di dittatore, volendo nell'anno di Roma 707 riformare il calendario di Numa, perchè disordinato ed inesatto, ne incaricò l'astronomo Sosigene, il quale pose nel calendario tale distribuzione del tempo, che le stagioni tornavano ne' medesimi giorni del mese. E siccome si credeva che il corso annuale del sole si facesse in 365 giorni e sei ore, perciò egli stabilì la lunghezza dell'anno a 365 giorni, e dispose il calendario giuliano, così detto da Giulio Cesare, in periodi ognuno di 4 anni, facendo però che in ogni periodo ciascuno de' tre primi anni, detti *comuni*, fosse di 365 giorni, e che il quarto, chiamato an-

no *bisestile*, fosse di 366 giorni, a causa delle sei ore, che in ogni 4 anni formano un giorno. Questo giorno di più, perchè si aggiungeva a' 24 di febbraio, al quale corrispondeva la sesta calenda di marzo, fu detto *bix sexto calendas*, e l'anno corrispondente a questo giorno fu chiamato *bix sextus*, dal che derivò bisestile.

Però la vera lunghezza dell'anno solare non essendo di 365 giorni e sei ore, ma bensì di 365 giorni, 5 ore, 48′ e 49″, perciò l'anno giuliano è maggiore del vero di 11 minuti, i quali in ogni 134 anni in circa producono un giorno di anticipazione. Questa differenza di 11 minuti che si trova nell'anno giuliano, quantunque insensibile sul principio, crebbe fin dal tempo di Giulio Cesare a segno tale, che nel 1582 arrivò a 13 giorni, il che non faceva più corrispondere l'equinozio di primavera a' 21 di marzo, come fu stabilito da' PP. del Concilio Niceno tenuto nel 325 dell'era volgare, quando si trattò di fissare il tempo della celebrazione della Pasqua. Per rimediare a questo inconveniente, che sempre più andava crescendo, il Papa Gregorio XIII chiamò i più distinti astronomi del suo tempo, e corresse il calendario di Giulio Cesare, in modo che l'equinozio cadesse precisamente a' 21 di marzo, come al tempo del Concilio di Nicea. E siccome nel 1582 l'equinozio di primavera cadeva agli 11 di marzo in luogo dei 21, cioè che vi erano 10 giorni di anticipazione, perciò fu mestieri accorciare quell'anno di siffatto numero di giorni, in maniera che il 5 ottobre del 1582 fu contato per il 15.

Il calendario gregoriano fu tosto ricevuto in Italia, in Francia, in Ispagna, ed in generale in tutti i paesi cattolici. I protestanti di Ale-

Digitized by Google

magna lo adottarono nel 1700, e l' Inghilterra lo adottò nel mese di settembre del 1752, dacchè l' errore di sopra menzionato arrivò ad 11 giorni. I Russi ed i Greci sono i soli che abbiano conservato il calendario giuliano, ossia il vecchio stile, ed in questo secolo essi contano 12 giorni meno di noi, in guisa che il 22 di gennaio corrisponde presso i Russi e presso i Greci a' 10 dello stesso mese, e questa differenza arriverà ad un mese nel 43.mo secolo, ed a un anno intero nel secolo 490.mo

2. Ciò premesso, indichiamo con H un anno dato, e con K il numero de' secoli compiti; sarà H—1 l'anno precedente all' anno dato H. E sapendo che l' anno comune è di 365 giorni, perciò H—1 anni faranno 365(H—1) giorni; e siccome nell' anno bisestile vi è un giorno di più, per essere febbraio di 29 giorni, perciò al numero 365(H—1) giorni dobbiamo aggiungerne tanti altri, quanti sono i bisestili contenuti in H—1 anni, affin di avere il numero di tutti i giorni, compresi dal principio dell' era volgare, fino all' ultimo giorno inclusivo dell' anno H—1. Or poichè in ogni quattro anni vi è un bisestile, perciò in H—1 anni vi saranno $\left(\frac{H-1}{4}\right)_q$ bisestili (*), e per conseguenza di

(*) Adottando la convenzione stabilita da Delambre, da Ciccolini e da altri, dinoteremo con $\left(\frac{A}{B}\right)_q$ il quoziente intero che si ottiene dividendo la quantità A per l' altra B, ed indicheremo con $\left(\frac{A}{B}\right)_r$ il residuo della divisione di A per B. Nel caso di A=48; e di B=5, sarà $\left(\frac{48}{5}\right)_q=9$, e sarà

Digitized by Google

tanti altri giorni dobbiamo accrescere la quantità 365(H—1), per avere tutti i giorni dalla nascita di Gesù Cristo fino all' ultimo dell' anno H—1. Quindi questo numero di giorni sarà indicato da

$$365(H-1)+\left(\frac{H-1}{4}\right)_q \quad \ldots\ldots\ldots\ldots (1).$$

Per esempio, se facciamo H=1435, sarà H—1=1434, e la formola ci darà

$$365(1434)+\left(\frac{1434}{4}\right)_q = 523410+\left(\frac{1434}{4}\right)_q, \text{ ossia}$$

$$523410+358=523768;$$

onde possiamo asserire, che dal principio dell'era cristiana fino all'ultimo giorno inclusivo dell' anno 1434, sono scorsi 523768 giorni.

3. Poichè la formola (1) ci dà il numero de' giorni scorsi dal principio dell' era volgare sino alla fine dell' anno H—1, ne segue che se questo numero di giorni lo dividiamo per 7, il quoziente sarà il

---

$\left(\frac{48}{5}\right)_r=3$. Segue da ciò che la quantità $\left(\frac{A}{B}\right)_r$ non varia, qualora si accresca, o si diminuisca il numeratore di un moltiplice di B. Così la quantità $\left(\frac{48}{5}\right)_r=3$, e se al numeratore si aggiunga 15, ch'è moltiplice di 5, il resto della divisione $\left(\frac{63}{5}\right)_r=3$ è lo stesso. Similmente se si tolga 15 dal numeratore 48, il resto non varia, essendo $\left(\frac{33}{5}\right)_r=3$. Dunque in generale sarà $\left(\frac{A}{B}\right)_r=\left(\frac{A\pm nB}{B}\right)_r$.

Digitized by Google

numero delle settimane corrispondenti, ed il residuo, se ve n'abbia, indicherà che vi è un'altra settimana cominciata, ma non finita. Se il residuo fosse, per esempio, 3, esso indicherà che oltre delle settimane intere dinotate dal quoziente, vi sono altri tre giorni di una nuova settimana cominciata, ma non finita; in modo che se la settimana cominciasse di lunedì, i tre giorni dell' ultima settimana corrisponderebbero a mercoledì, e se la settimana cominciasse di sabato, o di domenica, l' ultimo de' tre giorni rimasti indicherebbe che l'anno H—1 terminò di lunedì, o di martedì. Quindi conoscendo che l' era cristiana cominciò di sabato, e la settimana volendo farla cominciare di lunedì, ne segue chiaramente che per far cominciare anche di lunedì le settimane corrispondenti a' giorni della formola (1), si dovranno questi diminuire di due, ed avremo così

$$365(H-1)+\left(\frac{H-1}{4}\right)_q-2 \quad \ldots\ldots\ldots \quad (2).$$

Per esempio, avendo trovato che dal principio dell' era sino alla fine dell'anno 1434 vi sono 523768 giorni, se questo numero lo diminuiamo di due, per far cominciare le settimane di lunedì, avremo 523766, che diviso per 7, dà per quoziente 74823, e per residuo 5. Il quoziente 74823 indica che dal principio dell' era fino all' ultimo giorno inclusivo del 1434 vi sono 74823 settimane, ed il residuo 5 fa conoscere che vi sono di più 5 giorni di un' altra settimana cominciata e non finita, ossia, in altri termini, che il 1434 finì col quinto giorno della settimana, cioè di venerdì. Dunque, in generale, se dividiamo la formola (2) per 7, il residuo

Digitized by Google

$$\left(\frac{365(H-1)+\left(\frac{H-1}{4}\right)_q-2}{7}\right)_r \quad \ldots\ldots (3),$$

che si ottiene indicherà il giorno della settimana col quale finisce l' anno dato H—1. Ora questa espressione può mettersi sotto questa forma

$$\left(\frac{364(H-1)+(H-1)+\left(\frac{H-1}{4}\right)_q-2}{7}\right)_r,$$

ed osservando che il termine 364 (H—1) è un moltiplice di 7, e che perciò possiamo sopprimerlo senza che variasse il residuo della divisione, avremo perciò che la formola (3) si riduce alla seguente

$$\left(\frac{(H-1)+\left(\frac{H-1}{4}\right)_q-2}{7}\right)_r \quad \ldots\ldots (4),$$

la quale ci darà il giorno della settimana col quale finisce l' anno H—1.

Se facciamo, come nell' esempio precedente, H—1=1434, avremo

$$\left(\frac{1434+358-2}{7}\right)_r=\left(\frac{1790}{7}\right)_r=5= \text{venerdì:}$$

dunque l' anno 1434 finì di venerdì, appunto come abbiamo qui sopra trovato.

4. La formola (4) ci fa dunque conoscere in che giorno della settimana cade l' ultimo giorno dell' anno H—1; ma se vogliamo di più sapere in che giorno della settimana cade un dato giorno dell'anno H, in tal caso, se indichiamo con g il numero de' giorni compreso dal principio dell' anno H,

Digitized by Google

fino al giorno dato inclusivo, è manifesto che dobbiamo aggiungere g al numeratore della formola (4), e poi fare la divisione per 7, ed il residuo indicherà il giorno della settimana nel quale cade il giorno designato. Se vogliamo, per esempio, conoscere in qual giorno della settimana cadde il dì 14 maggio del 1450, sarà in tal caso $H-1=1449$, $\left(\frac{H-1}{4}\right)_q=\left(\frac{1449}{4}\right)_q=362$, e sarà $g=134$, essendo il 14 maggio il centotrentaquattresimo giorno dell'anno; ed in fatti si ha

$$g=\overset{\text{Gen.}}{31}+\overset{\text{Feb.}}{28}+\overset{\text{Mar.}}{31}+\overset{\text{Apr.}}{30}+\overset{\text{Mag.}}{14}=134$$

Sostituendo dunque questi valori nella formola (4) ed aggiungendo il valore di $g=134$, si ha

$$\left(\frac{1449+362+134-2}{7}\right)_r=\left(\frac{1943}{7}\right)_r=4,$$

e poichè il residuo è 4, sarà chiaro che il 14 maggio del 1450 cadde di giovedì, ch'è il quarto giorno della settimana; ed in fatti sappiamo che allora fu il giorno dell'Ascensione.

Dunque, in generale, per avere il giorno g di un anno dato H, aggiungeremo g al numeratore della formola (4), ed avremo così

$$\left(\frac{g+(H-1)+\left(\frac{H-1}{4}\right)_q-2}{7}\right)_r \quad \ldots\ldots (5).$$

Ora, se indichiamo con b il residuo che si ottiene dividendo $H-1$ per 4, ossia se facciamo $\left(\frac{H-1}{4}\right)_r=b$, è chiaro che $\frac{(H-1)-b}{4}$ non sola-

mente sarà un numero intero, ma di più che esso sarà il quoziente di $(H-1)$ diviso 4, ossia che sarà $\frac{(H-1)-b}{4} = \left(\frac{H-1}{4}\right)_q$. Quindi sostituendo questo valore, la formola (5) diventerà

$$\left(\frac{g+(H-1)+\frac{(H-1)-b}{4}-2}{7}\right)_r,$$

la quale potrà scriversi così

$$\left(\frac{g+\frac{5(H-1)-b}{4}-2}{7}\right)_r.$$

In oltre, essendo, siccome abbiamo veduto, $\frac{(H-1)-b}{4}$ un numero intero, tale sarà ancora $\frac{7(H-1)-7b}{4}$, il quale essendo un moltiplice di 7, possiamo perciò aggiungerlo al numeratore di quest'ultima formola, senza che variasse il residuo della divisione (nota del n.° 2.), ed avremo in questo modo

$$\left(\frac{g+\frac{12(H-1)-8b}{4}-2}{7}\right)_r,$$

e poichè la quantità $\frac{12(H-1)-8b}{4}$, può dividersi per 4, e che dà per quoziente $3(H-1)-2b$, perciò sostituendo questa espressione all'altra, si avrà

Digitized by Google

$$\left(\frac{g+3(H-1)-2b-2}{7}\right)_r .$$

Di più, se chiamiamo c il residuo della divisione di $(H-1)$ diviso per 7, ossia se facciamo $\left(\frac{H-1}{7}\right)_r = c$, sarà $(H-1)-c$ un moltiplice di 7, e tale sarà ancora $3(H-1)-3c$; onde togliendo questa quantità dal numeratore di quest' ultima formola, si avrà

$$\left(\frac{g+3c-2b-2}{7}\right)_r ,$$

ed aggiungendo al numeratore la quantità $7b+7$, ch'è moltiplice di 7, e riducendo, si ottiene in fine

$$\left(\frac{g+5b+3c+5}{7}\right)_r \ldots\ldots\ldots (6) ,$$

che ci darà il giorno della settimana nel quale cade il giorno g dell' anno H.

Per esempio, volendo conoscere in che giorno della settimana cadde il 6 febbraio del 1353, avremo $H-1=1352$, e perciò sarà $b=\left(\frac{1352}{4}\right)_r = 0$, $c=\left(\frac{1352}{7}\right)_r = 1$, e sarà di più $g=\overset{\text{Gen.}}{31}+\overset{\text{Feb.}}{6}=37$. Sostituendo questi numeri nella formola (6), si ottiene

$$\left(\frac{37+5.0+3.1+5}{7}\right)_r = \left(\frac{37+3+5}{7}\right)_r = \left(\frac{45}{7}\right)_r = 3 =$$

mercoledì.

Dunque il 6 febbraio del 1353 cadde di mercoledì.

Digitized by Google

Similmente, volendo sapere in che giorno della settimana cadde il giorno 30 marzo 1578, avremo $H-1=1577$, $b=\left(\frac{1577}{4}\right)_r=1$, $c=\left(\frac{1577}{7}\right)_r=2$, e sarà $g=89$; onde sostituendo questi numeri nella formola (6), si avrà

89	. . . . .	g
5	. . . . .	$5b$
6	. . . . .	$3c$
5	. . . . .	num. costante
105	7	
7	15	
35		
35		
0=domenica		

Dunque il 30 marzo del 1578 cadde di domenica, ed in fatti si sa che in quel giorno fu la Pasqua di Resurrezione.

5. È da notarsi intanto che la formola (6) trovata qui avanti non può usarsi che per lo calendario giuliano, dacchè nel 1582, siccome abbiamo qui sopra indicato, avvenne la correzione gregoriana, ossia che il Papa Gregorio XIII per rimettere l'equinozio di primavera a' 21 di marzo com'era al tempo del Concilio Niceno tenuto nel 325, accorciò l'anno 1582 di 10 giorni, ordinando che il 5 ottobre di quell'anno si contasse per 15, e di più volle che gli anni secolari non fossero, come per lo innanzi, tutti bisestili, ma che solamente in ogni 4 secoli si contasse un bisestile, cominciando dal 1600; cioè che il 1600 fosse bisestile, ed il 1700, 1800, 1900, fossero comuni; e che in seguito il 2000 fosse bisestile, ed il 2100, 2200, 2300, fossero comuni, e così sem-

Digitized by Google

pre procedendo in tutto il tempo successivo, facendo che i bisestili secolari si succedessero da 4 secoli in 4 secoli.

Quindi avendo qui sopra trovato (n.° 3) che il numero de' giorni compresi dal principio dell' era fino all' ultimo dell' anno (H—1) è espresso da

$$365(H-1)+\left(\frac{H-1}{4}\right)_q-2 ,$$

se vogliamo che questa espressione, la quale vale pel calendario giuliano, valesse ancora pel calendario gregoriano, è chiaro che dev'essere diminuita non solo de' 10 giorni omessi nell'ottobre del 1582, ma ancora di tutt'i giorni che corrispondono agli anni secolari comuni, ossia de' bisestili omessi. Quindi, avendo avuto luogo la correzione gregoriana nel 1582, il primo bisestile secolare fu il 1600, e perciò se dal secolo K, appartenente all' anno H, togliamo 16, l' avanzo K—16 indicherà i secoli passati dall' epoca della correzione fino al secolo K. E siccome i bisestili secolari si succedono da 4 secoli in 4 secoli, perciò i bisestili secolari contenuti in (K—16) secoli saranno indicati da $\left(\frac{K-16}{4}\right)_q$. Ora se questo numero lo togliamo dall' altro (K—16), il resto $(K-16)-\left(\frac{K-16}{4}\right)_q$ indicherà il numero de' bisestili omessi in forza dell' indicata correzione, e quindi di tanti altri giorni, oltre de' 10, dovrà essere diminuita la formola (2) per avere il preciso numero de' giorni compresi dal principio dell' era fino all' ultimo giorno dell' anno (H—1) posteriore alla correzione gregoriana. Facendo dunque

Digitized by Google

l' indicata sottrazione, ossia togliendo dalla formola (2) la quantità $10+(K-16)-\left(\frac{K-16}{4}\right)_q$, si avrà per resto

$$365(H-1)+\left(\frac{H-2}{4}\right)_q-2-10-(K-16)+\left(\frac{K-16}{4}\right)_q,$$

che divisa per 7, darà per residuo

$$\left(\frac{365(H-1)+\left(\frac{H-1}{4}\right)_q-2-10-(K-16)+\left(\frac{K-16}{4}\right)_q}{7}\right)_r \ldots (7)$$

il quale residuo ci darà il giorno della settimana in cui cade l' ultimo giorno dell' anno $(H-1)$. Ora il numeratore di questa espressione può scriversi così

$$365(H-1)+\left(\frac{H-1}{4}\right)_q-2-10-K+16+\left(\frac{K}{4}-\frac{16}{4}\right)_q$$

ed osservando che $365(H-1)=364(H-1)+(H-1)$, e che $\left(\frac{K}{4}-\frac{16}{4}\right)_q=\left(\frac{K}{4}-4\right)_q=\left(\frac{K}{4}\right)_q-4$, perciò lo stesso numeratore potrà prendere questa forma

$$364(H-1)+(H-1)+\left(\frac{H-1}{4}\right)_q-2-10-K+16+\left(\frac{K}{4}\right)_q-4,$$

e cancellando le quantità che si distruggono, si avrà

$$364(H-1)+(H-1)+\left(\frac{H-1}{4}\right)_q-K+\left(\frac{K}{4}\right)_q.$$

Quindi la formola (7) prende la forma

$$\left(\frac{364(H-1)+(H-1)+\left(\frac{H-1}{4}\right)_q-K+\left(\frac{K}{4}\right)_q}{7}\right)_r,$$

Digitized by Google

ed osservando di più che il termine 364(H—1) è moltiplice di 7, e che perciò possiamo sopprimerlo, senza che variasse il residuo della divisione, avremo per conseguenza

$$\left(\frac{(H-1)+\left(\frac{H-1}{4}\right)_q-K+\left(\frac{K}{4}\right)_q}{7}\right)_r \quad \ldots\ldots (8);$$

che indicherà il giorno della settimana in cui cade l' ultimo giorno dell' anno (H—1).

Se facciamo H=1840, e perciò H—1=1839, sarà $\left(\frac{H-1}{4}\right)_q=459$, e $\left(\frac{K}{4}\right)_q=\left(\frac{18}{4}\right)_q=4$; onde con la sostituzione di questi valori nella formola (8) avremo

$$\left(\frac{1839+459-18+4}{7}\right)_r=\left(\frac{2284}{7}\right)_r=2=\text{martedì}.$$

Dunque l'anno 1839 dovette finire di martedì.

6. Se vogliamo ora conoscere in che giorno della settimana cade un dato giorno dell' anno H, in tal caso se indichiamo con g il numero de' giorni compresi tra il primo giorno dell' anno H, fino al giorno dato inclusivo, è manifesto che dobbiamo aggiungere g al numeratore della formola (8), ed avremo così

$$\left(\frac{g+(H-1)+\left(\frac{H-1}{4}\right)_q-K+\left(\frac{K}{4}\right)_q}{7}\right)_r \ldots (9).$$

Di più, se indichiamo con b e b' i residui che si hanno dividendo (H—1) e K per 4, ossia se fac-

ciamo $\left(\frac{H-1}{4}\right)_r = b$, e $\left(\frac{K}{4}\right)_r = b'$, è chiaro che $\frac{(H-1)-b}{4}$, e $\frac{K-b'}{4}$ saranno non solamente due numeri interi, ma che di più saranno precisamente i quozienti di $(H-1)$, e di K divisi per 4, ossia che sarà $\frac{(H-1)-b}{4} = \left(\frac{H-1}{4}\right)_q$, e $\frac{K-b'}{4} = \left(\frac{K}{4}\right)_q$. Quindi sostituendo questi valori $\frac{(H-1)-b}{4}$, e $\frac{K-b'}{4}$, si avrà l' espressione

$$\left(\frac{g+(H-1)+\frac{(H-1)-b}{4}-K+\frac{K-b'}{4}}{7}\right)_r,$$

che potrà mettersi sotto questa forma

$$\left(\frac{g+\frac{5(H-1)-3K-b-b'}{4}}{7}\right)_r.$$

In oltre, essendo, siccome abbiamo veduto, $\frac{(H-1)-b}{4}$, e $\frac{K-b'}{4}$ due numeri interi, anche tali saranno $\frac{7(H-1)-7b}{7}$, e $\frac{7K-7b'}{4}$, i quali essendo moltiplici di 7, possiamo perciò aggiungerli al numeratore di quest' ultima formola, senza che variasse il residuo della divisione, ed avremo così

$$\left(\frac{g+\frac{12(H-1)+4K-8b-8b'}{4}}{7}\right)_r.$$

Digitized by Google

E poichè la quantità $12(H-1)+4K-8b-8b'$ può dividersi per 4, e che dà per quoziente $3(H-1)+K-2b-2b'$, perciò questa formola diventa

$$\left(\frac{g+3(H-1)+K-2b-2b'}{7}\right)_r .$$

Di più chiamando c e c' i residui che si hanno dividendo $(H-1)$, e K per 7, ossia facendo $\left(\frac{H-1}{7}\right)_r=c$, e $\left(\frac{K}{7}\right)=c'$, saranno $(H-1)-c$, e $K-c'$ non solo due numeri interi, ma saranno ancora due multiplici di 7, e tale sarà pure $3(H-1)-3c$; onde togliendo dal numeratore di quest' ultima espressione le due quantità $K-c'$ e $3(H-1)-3c$, si avrà per resto

$$\left(\frac{g+3c+c'-2b-2b'}{7}\right)_r ,$$

ed aggiungendo al numeratore di questa espressione la quantità $7b+7b'$, ch' è moltiplice di 7, e riducendo verrà

$$\left(\frac{g+5(b+b')+3c+c'}{7}\right)_r \quad \ldots\ldots (10) ,$$

la quale ci darà il giorno della settimana nel quale cade il giorno g dell' anno H.

Esempio I.° Volendo conoscere in che giorno della settimana cade il 25 marzo del 1840, avremo $H=1840$, $H-1=1839$, $K=18$, e perciò

$b=\left(\frac{1839}{4}\right)_r=3$, $b'=\left(\frac{18}{4}\right)_r=2$, $c=\left(\frac{1839}{7}\right)_r=5$, $c'=\left(\frac{18}{7}\right)=4$, e sarà $g=\overset{\text{Gen.}}{31}+\overset{\text{Feb.}}{29}+\overset{\text{Mar.}}{25}=85$. Sosti-

Digitized by Google

tuendo questi numeri nella formola (10), si ottiene

$$\left(\frac{85+5(2+3)+3.5+4}{7}\right)_r = \left(\frac{85+25+15+4}{7}\right)_r$$

$$\left(\frac{129}{7}\right)_r = 3 = \text{mercordì},$$

dunque il 25 marzo del 1840 cadrà di mercordì.

Esempio II.° Volendo sapere in che giorno della settimana cadrà il giorno 10 maggio del 3455, avremo $b=2$, $b'=2$, $c=3$, $c'=6$, e $g=130$, onde sarà

130	. . . . .	g
20	. . . . .	$5(b+b')$
9	. . . . .	$3c$
6	. . . . .	c'
165	| 7	
14	23	
25		
21		
4=giovedì,		

dunque il 10 maggio del 3455 cadrà di giovedì.

Esempio III.° Volendo conoscere in che giorno della settimana cadrà il 25 aprile del 1886, avremo $b=1$, $b'=2$, $c=2$, $c'=4$, e $g=115$, e perciò sarà

115	. . . . .	g
15	. . . . .	$5(b+b')$
6	. . . . .	$3c$
4	. . . . .	c'
140	| 7	
14	20	
0=domenica.		

Dunque il 25 aprile del 1886 cadrà di dome-

Digitized by Google

nica, e così dovevamo aspettarci, dacchè sappiamo che allora sarà la Pasqua.

7. Questa formola generale (9) è suscettibile di essere semplicizzata, qualora si fissi il secolo. Per esempio, per tutto il secolo corrente in cui $K=18$, e che $\left(\frac{K}{4}\right)_q=4$, la formola (9) ci dà

$$\left(\frac{g+(H-1)-18+4+\left(\frac{H-1}{4}\right)_q}{7}\right)_r,$$

e siccome $-18+4$, ossia -14, è moltiplice di 7, possiamo perciò sopprimerlo, e si avrà così

$$\left(\frac{g+(H-1)+\left(\frac{H-1}{4}\right)_q}{7}\right)_r \ldots\ldots (11),$$

la quale tradotta in linguaggio ordinario, ci somministra la seguente regola:

Per trovare in che giorno della settimana cade un dato giorno di qualsivoglia anno di questo secolo;

1.° All' anno precedente al dato si aggiunga la sua quarta parte, e più il numero de' giorni compresi dal primo dell' anno dato, fino al giorno dato inclusivo.

2.° La somma si divida per 7. ed il resto indicherà il giorno della settimana nel quale cade il giorno dato.

Così per conoscere in che giorno della settimana cade il 25 aprile del 1886, faremo

Digitized by Google

1885 . . . . *anno precedente*
471 . . . . *sua quarta parte*
115 . . . . *giorni da aggiungersi*

2471 | 7
21 353
37
35
21
21
0=domenica,

come precisamente abbiamo qui sopra trovato.

8. Questa regola potrà applicarsi a' due secoli futuri, cioè dal 1900, al 2099, con aggiungere alla somma il numero costante 6, e poi fare la divisione per 7.

Così, volendo conoscere in che giorno della settimana cade il 10 maggio del 2035, faremo

2034 . . . *anno precedente*
508 . . . *sua quarta parte*
130 . . . *giorni da aggiungersi*
6 . . . *numero costante*

2678 | 7
21 382
57
56
18
14
4=giovedì,

dunque il 10 maggio del 2035 cadrà di giovedì.

Digitized by Google

CAPITOLO II.

DELLE LETTERE DOMENICALI.

9. Per occuparci ora delle lettere domenicali, tanto pel calendario giuliano, che pel gregoriano, osserveremo che al primo giorno dell' anno si è assegnata la lettera A, al secondo B, al terzo C, al quarto D, al quinto E, al sesto F, ed al settimo G; dopo le quali lettere si comincia da capo il loro giro contando il giorno ottavo con A, il nono con B, il decimo con C, e così di seguito. Si è convenuto di chiamare *lettera domenicale* quella che corrisponde alla prima domenica dell' anno; in modo, che se questa prima domenica cade nel quarto giorno dell' anno, al quale corrisponde la lettera D, in tal caso sarà D la lettera domenicale dell' anno. Essa è così chiamata perchè regola tutte le domeniche dell' anno, in guisa che tutti i giorni che nel calendario perpetuo si trovano segnati con la lettera domenicale, saranno tutti di domeniche.

10. Segue da ciò, che se l' anno comincia di sabato, la lettera domenicale sarà B; se comincia di domenica, sarà A; se di lunedì, sarà G; se di martedì, sarà F; se di mercordì, sarà E; se di giovedì, sarà D, e se di venerdì, sarà C. In generale

Se l'anno comincia di	Lun.,	Mart.,	Merc.,	Giov.,	Ven.,	Sab.,	Dom.
La lettera dom. sarà	G,	F,	E,	D,	C,	B,	A,

ossia in altri termini

Se il primo giorno dell' anno è. . .	1,	2,	3,	4,	5,	6,	7
La lettera domenicale sarà la	7^1,	6^1,	5^1,	4^1,	3^1,	2^1,	1^1

Digitized by Google

Da ciò si vede che il numero del giorno della settimana al quale corrisponde il primo giorno dell' anno comune, unito a quello della corrispondente lettera domenicale, fa sempre 8, e perciò se da 8 togliamo il numero del primo giorno dell' anno, il resto sarà quello della corrispondente lettera domenicale. Quindi tutta la difficoltà è ridotta a trovare in che giorno della settimana cade il primo giorno di un anno comune dato.

11. Ciò posto, se nella formola (6) facciamo $g=1$, avremo il giorno della settimana nel quale cade il primo giorno dell' anno H, e se facciamo $g=0$, avremo il giorno della settimana nel quale cade l' ultimo giorno dell' anno comune H—1. E siccome l' anno comune è di 365 giorni, ossia di 52 settimane ed un giorno, perciò chiaramente si vede che il giorno che avanza è il primo di una nuova settimana, cioè a dire che l' anno comune ha dovuto cominciare col medesimo giorno della settimana col quale è finito. Possiamo dunque stabilire, che l' anno comune finisce col medesimo giorno della settimana col quale comincia, e perciò col fare $g=0$ nella formola (6), si avrà ancora il giorno della settimana col quale l'anno H—1 ha dovuto cominciare. Facendo dunque $g=0$ nella formola (6), avremo

$$\left(\frac{5b+3c+5}{7}\right)_r \ldots\ldots (12).$$

Ma abbiamo veduto che per avere il numero della lettera domenicale dobbiamo sottrarre il numero del primo giorno dell' anno da 8; dunque togliendo da 8 il numeratore di quest' ultima espressione (12), il resto

Digitized by Google

$$\left(\frac{8-5b-3c-5}{7}\right)_r$$

sarà il numero della lettera domenicale del calendario giuliano appartenente all' anno H—1. Ora, per semplicizzare questa formola, aggiungeremo al numeratore la quantità $7b+7c$, la quale essendo moltiplice di 7 non fa variare il residuo della divisione. Aggiungendo dunque questa quantità, riducendo, ed indicando con L il numero della lettera domenicale cercata, si avrà la formola

$$L=\left(\frac{3+2b+4c}{7}\right)_r \quad \ldots\ldots (13),$$

che sarà la lettera domenicale di un anno comune del calendario giuliano. Vedremo da qui a poco ch' essa vale ancora per un anno bisestile.

Volendo, per esempio, la lettera domenicale del 1450, abbiamo in questo caso $b=\left(\frac{1450}{4}\right)_r=2$, $c=\left(\frac{1450}{7}\right)_r=1$, e perciò sarà

$$L=\left(\frac{3+2.2+4.1}{7}\right)_r=\left(\frac{3+4+4}{7}\right)_r=\left(\frac{11}{7}\right)_r=4=D;$$

onde la lettera domenicale del 1450 fu D.

12. Quando l' anno è bisestile, sappiamo ch' esso non è più di 365 giorni, ma bensì di 366, e questo numero diviso per 7, dà per quoziente 52 e per residuo 2. Il quoziente 52 indica il numero delle settimane, ed il residuo 2 mostra che vi sono di più due giorni di un' altra settimana cominciata e non finita. Di questi due giorni avanzanti, il primo corrisponde allo stesso giorno del-

Digitized by Google

la settimana col quale l'anno è cominciato, e l'altro corrisponde al giorno seguente.

Per esempio, se l'anno comincia di giovedì, allora il primo de' due giorni rimasti corrisponde anche a giovedì, ed il secondo al giorno seguente che sarà venerdì. Dunque l'anno bisestile finisce col giorno seguente a quello col quale comincia, ossia in altri termini, che l'anno bisestile comincia col giorno della settimana precedente a quello col quale finisce. Così se l'anno bisestile finisce di venerdì, esso ha dovuto cominciare di giovedì. Quindi la formola (12) dandoci il giorno della settimana col quale l'anno finisce, ne segue che per avere quello col quale comincia, quando l'anno è bisestile, dobbiamo diminuirla di uno, ed avremo così

$$\left(\frac{5b+3c+4}{7}\right)_r \ldots . (14).$$

13. Intanto siccome la lettera domenicale dinota che i giorni del calendario perpetuo segnati da questa lettera cadono tutti di domenica, e siccome l'anno bisestile ha un giorno di più del comune, perciò ad oggetto di non fare che nell'anno bisestile, a causa di questo giorno di più, vi fosse una interruzione di lettere domenicali, ovvero un cambiamento di ordine, si è pensato di far uso di due lettere, la prima delle quali vale dal principio dell'anno fino alla festa di S. Mattia, ch'è a' 24 di febbraio, e l'altra per tutto il resto dell'anno, quantunque si praticasse di non cambiare la lettera domenicale che al primo di marzo, lasciando la festa di S. Mattia sempre a' 24 di febbraio. E siccome l'ordine delle lettere domenicali è inverso a quello de' giorni della setti-

Digitized by Google

mana, cioè che se l'anno comincia col 1°, 2°, 3°, 4°, ec. giorno della settimana, la lettera domenicale è la 7ª, 6ª, 5ª, ec., ossia G, F, E, D, ec. le quali vanno in ordine retrogrado, perciò ne segue che se l'anno bisestile comincia di lunedì, la prima lettera domenicale sarà G, e l'altra per conseguenza F; se l'anno comincia di martedì, la prima lettera domenicale sarà F, e la seconda per conseguenza E, e così di seguito. Onde possiamo dire che al

1.° *giorno dell' anno bisestile*	Lun., Mart., Mer., Giov., Ven., Sab., Dom.
Corrispondono le lettere domenicali. . .	GF, FE, ED, DC, CB, BA, AG.

Ora è facile da questa tavola vedere non solo che la seconda lettera si può dedurre dalla prima, e viceversa; ma di più, che il numero del giorno della settimana col quale l'anno comincia, unito a quello della seconda lettera domenicale, fa sempre 7. Per esempio, se l'anno comincia di mercoledì, ossia dal 3.° giorno della settimana, la seconda lettera domenicale è la 4ª, cioè D, e che 3+4 fanno 7. Se l'anno comincia dal 5.° giorno della settimana, ch'è venerdì, la seconda lettera domenicale è B, che ha per numero 2, e che 5+2 fanno 7; e così di seguito. Dunque se da 7 togliamo il numero a cui corrisponde il primo giorno di un anno bisestile, il resto sarà il numero della seconda lettera domenicale. Onde per avere, nel caso dell'anno bisestile, la seconda lettera domenicale, toglieremo da 7 il numeratore della formola (14), e si avrà

$$\left(\frac{7-5b-3c-4}{7}\right)_r :$$

ed aggiungendo al numeratore di questa espressio-

Digitized by Google

ne la quantità $7b+7c$, ch' è moltiplice di 7, e che perciò non fa variare il risultato, si avrà dopo le riduzioni

$$L=\left(\frac{3+2b+4c}{7}\right)_r,$$

la quale espressione è precisamente quella trovata qui avanti (13) pel caso dell' anno comune, e perciò essa vale sì per un anno comune, che per un anno bisestile, appunto come abbiamo accennato di sopra avvertendo; che nel caso dell' anno bisestile questa formola ci dà sempre la seconda lettera domenicale, ch' è quella che necessita pel calcolo delle feste mobili.

Trovata così la seconda lettera domenicale, la prima sarà sempre la seguente.

Per esempio, volendo la lettera domenicale giuliana del 1264, abbiamo $b=\left(\frac{1264}{4}\right)_r=0$, $c=\left(\frac{1264}{7}\right)=4$, e perciò sarà

$$L=\left(\frac{3+2.0+4.4}{7}\right)_r=\left(\frac{3+16}{7}\right)_r=\left(\frac{19}{7}\right)_r=5=E,$$

dunque la seconda lettera domenicale giuliana del 1264 fu E, e la prima per conseguenza fu F.

Similmente, volendo la lettera domenicale giuliana dell' anno corrente 1840, avremo $b=\left(\frac{1840}{4}\right)_r=0$, $c=\left(\frac{1840}{7}\right)_r=6$, onde sarà

$$L=\left(\frac{3+24}{7}\right)_r=\left(\frac{27}{7}\right)_r=6=F,$$

Digitized by Google

dunque la seconda lettera domenicale giuliana del 1840, è F, e la prima per conseguenza è G.

14. Poichè il numero della lettera domenicale si ha togliendo da 8 quello del giorno della settimana in cui cade il primo giorno dell'anno, possiamo da ciò dedurre una regola facile per trovare la lettera domenicale di un anno qualunque. In fatti, riprendiamo la formola (4).

$$\left(\frac{(H-1)+\left(\frac{H-1}{4}\right)_q-2}{7}\right)_r,$$

ed accresciamo il numeratore di 7: si avrà

$$\left(\frac{(H-1)+\left(\frac{H-1}{4}\right)_q+5}{7}\right)_r,$$

che sarà il numero del giorno della settimana col quale finisce l' anno (H—1), ed anche quello col quale comincia. Ora se questo numero lo togliamo da 8, il resto sarà quello della lettera domenicale corrispondente all' anno dato (H—1). Quindi si ricava la seguente regola generale:

Per trovare la lettera domenicale giuliana di un anno qualunque, all' anno dato si aggiunga la sua quarta parte, e di più il numero costante 5; la somma si divida per 7, ed il resto si sottragga da 8; il residuo sarà il numero della lettera domenicale cercata.

Così volendo la lettera domenicale dell' anno bisestile 1264, faremo

Digitized by Google

1264	. . . . .	*anno dato*
316	. . . . .	*sua quarta parte*
5	. . . . .	*numero costante*
1585	| 7	
14	220	
18		
14		
45		
42		
3 ,	8—3=5=E ,	

dunque la seconda lettera domenicale del 1264 fu E, la prima per conseguenza fu F, appunto come abbiamo qui sopra trovato

Similmente volendo la lettera domenicale giuliana del 1839, faremo

1839	. . . . .	*anno dato*
459	. . . . .	*sua quarta parte*
5	. . . . .	*numero costante*
2303	| 7	
21	329	
20		
14		
63		
63		
0 ,	8 — 0 = 8 = A ,	

dunque la lettera domenicale giuliana del 1839 è A.

15. Questa regola si può rendere più facile, modificandola nel seguente modo.

Riprendiamo la formola del num. 14.

$$\left(\frac{(H-1)+\left(\frac{H-1}{4}\right)_q+5}{7}\right)_q,$$

Digitized by Google

ed indichiamo con m il numero espresso dalle due ultime cifre dell' anno dato H—1, e con K il numero de' secoli compiti fino all' anno dato; dovrà essere

$$H-1=100K+m.$$

Sostituendo questo valore nella formola precedente, si avrà

$$\left(\frac{100K+m+\left(\frac{100K+m}{4}\right)_q+5}{7}\right)_r,$$

e siccome si ha la quantità

$$\left(\frac{100K+m}{4}\right)_q=25K+\left(\frac{m}{4}\right)_q,$$

perciò si ricava, dopo le riduzioni

$$\left(\frac{125K+m+\left(\frac{m}{4}\right)_q+5}{7}\right)_r,$$

e togliendo dal numeratore la quantità 126K, che è moltiplice di 7, e riducendo, si avrà

$$\left(\frac{m+\left(\frac{m}{4}\right)_q+5-K}{7}\right)_r.$$

Di più, se indichiamo con c' il residuo della divisione di K diviso per 7, sarà $K-c'$ un moltiplice di 7, e perciò possiamo aggiungerlo al numeratore di quest' ultima espressione, la quale diventerà

$$\left(\frac{m+\left(\frac{m}{4}\right)_q+5-c'}{7}\right)_r \quad \ldots\ldots (15)$$

Digitized by Google

e sottraendo questo valore da 8, il resto sarà il numero della lettera domenicale.

Traducendo quest' ultimo risultato nel linguaggio ordinario, ricaveremo questa regola generale per ritrovare la lettera domenicale giuliana di un anno qualunque:

1.° Al numero espresso dalle due ultime cifre dell' anno dato, si aggiunga la sua quarta parte, non che il numero costante 5, e la somma si noti.

2.° Si divida il secolo per 7, ed il residuo si sottragga dalla somma notata: l' avanzo si divida per 7, il resto si noti.

3.° Si sottragga questo resto da 8, ed il numero che rimane sarà quello della lettera domenicale giuliana.

Esempio I. Volendo la lettera domenicale giuliana del 1839, si farà

39	. . . . .	*numero espresso dalle due ultime cifre*
9	. . . . .	*sua quarta parte*
5	. . . . .	*numero costante*
53		
4	. . . . .	*residuo del secolo* 18 *diviso per* 7
49	| 7	
49	7	
0	, 8 — 0 = 8 = A.	

Dunque la lettera domenicale giuliana del 1839 è A, appunto come abbiamo qui sopra trovato.

Esempio II. Volendo la lettera domenicale giuliana del 3886, faremo

Digitized by Google

86 . . . . . *numero espresso dalle due ultime cifre*

21 . . . . . *quarta parte*

5 . . . . . *numero costante*

112

3 . . . . . *resto di* 38 *diviso per* 7

109 | 7

15

7

39

35

4 $\qquad 8 - 4 = 4 = \mathrm{D}.$

Dunque la lettera domenicale giuliana del 3886 sarà D; e siccome quest' anno è bisestile, perciò questa sarà la seconda lettera, e la prima per conseguenza sarà E.

16. Dalla formola (15) si rileva chiaramente, che se in vece di m mettiamo $m+28$, il risultato non varia. In fatti mettiamo $m+28$ in luogo di m; si ottiene

$$\left(\frac{m+28+\left(\frac{m+28}{4}\right)_q+5-c'}{7}\right)_r,$$

ed osservando che

$$\left(\frac{m+28}{4}\right)_q=\left(\frac{m}{4}\right)_q+7,$$

perciò la formola (15) diventa

$$\left(\frac{m+35+\left(\frac{m}{4}\right)_q+5-c'}{7}\right)_r,$$

e poichè 35 è moltiplice di 7, si potrà supprimere, e resterà

Digitized by Google

$$\left(\frac{m+\left(\frac{m}{4}\right)_q+5-c'}{7}\right)_r,$$

appunto come la formola (15).

Dunque possiamo conchiudere che, non facendo variare c', ossia che durante il medesimo secolo le lettere domenicali tornano ad essere le stesse, e nel medesimo ordine dopo il periodo di 28 anni.

Di più, se in luogo di m mettiamo 1, la formola (15) diventa

$$\left(\frac{1+5-c'}{7}\right)_r,$$

e se invece di m mettiamo 96, si avrà

$$\left(\frac{96+24+5-c'}{7}\right)_r=\left(\frac{120+5-c'}{7}\right)_r,$$

e dal numeratore togliendo 119, perchè multiplice di 7, resterà

$$\left(\frac{1+5-c'}{7}\right)_r,$$

simile al primo risultato.

Onde possiamo conchiudere che in ogni secolo gli anni 1°, e 96° hanno la medesima lettera domenicale. Lo stesso si dimostra che avrà luogo per gli anni 2° e 97°; ed anche per gli anni 3°, e 98°. Dunque in generale in ogni secolo gli anni 1 e 96; 2 e 97; 3 e 98 avranno sempre la stessa lettera domenicale. Questa osservazione ci sarà utile in seguito.

In fine siccome c' non può aver per valori che 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, così è facile con la formola (15) di formare la seguente tavola, con la quale può trovarsi prontamente la lettera domenicale giuliana di un anno qualunque,

Digitized by Google

TAVOLA PERPETUA DELLE LETTERE DOMENICALI GIULIANE.

ANNI INTERMEDÎ.	$b'=1$ $c'=0$	$c'=1$	$b'=2$ $c'=2$	$c'=3$	$b'=3$ $c'=4$	$b'=0$ $c'=5$	$c'=6$
	D C	E D	F E	G F	A G	B A	C B
1. 29. 57. 85.	B	C	D	E	F	G	A
2. 30. 58. 86.	A	B	C	D	E	F	G
3. 31. 59. 87.	G	A	B	C	D	E	F
4. 32. 60. 88.	F E	G F	A G	B A	C B	D C	E D
5. 33. 61. 89.	D	E	F	G	A	B	C
6. 34. 62. 90.	C	D	E	F	G	A	B
7. 35. 63. 91.	B	C	D	E	F	G	A
8. 36. 64. 92.	A G	B A	C B	D C	E D	F E	G F
9. 37. 65. 93.	F	G	A	B	C	D	E
10. 38. 66. 94.	E	F	G	A	B	C	D
11. 39. 67. 95.	D	E	F	G	A	B	C
12. 40. 68. 96.	C B	D C	E D	F E	G F	A G	B A
13. 41. 69. 97.	A	B	C	D	E	F	G
14. 42. 70. 98.	G	A	B	C	D	E	F
15. 43. 71. 99.	F	G	A	B	C	D	E
16. 44. 72.	E D	F E	G F	A G	B A	C B	D C
17. 45. 73.	C	D	E	F	G	A	B
18. 46. 74.	B	C	D	E	F	G	A
19. 47. 75.	A	B	C	D	E	F	G
20. 48. 76.	G F	A G	B A	C B	D C	E D	F E
21. 49. 77.	E	F	G	A	B	C	D
22. 50. 78.	D	E	F	G	A	B	C
23. 51. 79.	C	D	E	F	G	A	B
24. 52. 80.	B A	C B	D C	E D	F E	G F	A G
25. 53. 81.	G	A	B	C	D	E	F
26. 54. 82.	F	G	A	B	C	D	E
27. 55. 83.	E	F	G	A	B	C	D
28. 56. 84.	D C	E D	F E	G F	A G	B A	C B

Ecco in qual modo si fa uso di questa tavola.

1.° Se vogliasi trovare la lettera domenicale giuliana di un anno secolare, cioè dall'ultimo anno di un secolo, si divida il secolo dato per 7, ed il residuo si noti.

Indi si trovi la colonna che tiene in testa segnato il residuo notato, e le lettere, che stanno segnate immediatamente al di sotto, saranno le lettere domenicali cercate.

Per esempio, volendo le lettere domenicali del 1800, si divida 18 per 7, e si avrà per resto 4: indi si cerchi la colonna che ha in testa segnato $c'=4$, e le lettere poste al di sotto, che sono AG, saranno le lettere domenicali giuliane del 1800.

2.° Se poi si voglia la lettera domenicale di un anno intermedio, per esempio del 1749, si divida il secolo 17 per 7, e si avrà per resto 3; indi nella colonna che ha in testa $c'=3$ si discenda fino alla linea orizzontale del numero 49, segnato nella prima colonna degli anni intermedi, e la lettera A ivi segnata, sarà la lettera domenicale giuliana del 1749. Similmente si troverà che la lettera domenicale giuliana del 1329 è A, e che quella del 8746 è E.

17. Non tralascio di far qui notare, che la formola (15) può mettersi sotto una forma più elegante, e che riesce, nelle applicazioni, più facile dell' altra (13). Infatti, rappresentiamo con b il resto della divisione di m per 4, ossia facciamo $\left(\frac{m}{4}\right)_r=b$, sarà $\frac{m-b}{4}=\left(\frac{m}{4}\right)_q$, e sostituendo questo valore nella formola (15), essa diventa

$$\left(\frac{m+\frac{m-b}{4}-c'+5}{7}\right)_r=\left(\frac{\frac{5m-b}{4}-c'+5}{7}\right)_r,$$

Digitized by Google

ed aggiungendo al numeratore la quantità $\frac{7m-7b}{4}$, ch' è moltiplice di 7, e facendo la divisione per 4 si ottiene

$$\left(\frac{3m-2b-c+5'}{7}\right)_r.$$

Di più, indichiamo con c il resto della divisione di m per 7, ossia facciamo $\left(\frac{m}{7}\right)_r=c$, sarà $m-c$ un moltiplice di 7, e tale sarà ancora $3m-3c$, che tolto dal numeratore di quest' ultima espressione ottenuta, si avrà

$$\left(\frac{3c-2b-c'+5}{7}\right)_r,$$

e togliendo il numeratore di questa quantità da 8, ed indi aggiungendo $7c$, ch' è moltiplice di 7, si ottiene in ultimo

$$L=\left(\frac{3+2b+4c+c'}{7}\right)_r \ldots (16),$$

la quale formola, quantunque più composta dell' altra (13), pure riesce più facile nelle applicazioni, potendosi determinare b, c, c' a memoria.

Per applicare questa formola ad un esempio, supponiamo che voglia determinarsi la lettera domenicale giuliana dell' 8746, come nell' ultimo esempio del numero precedente: sarà in tal caso $m=46$, $K=87$, e perciò $b=\left(\frac{46}{4}\right)_r=2$, $c=\left(\frac{46}{7}\right)_r=4$, $c'=\left(\frac{87}{7}\right)_r=3$, onde faremo

Digitized by Google

3	. . .	*numero costante*
4	. . .	$2b$
16	. . .	$4c$
3	. . .	c'
26	7	
21	3	
5 = E ,		

dunque la lettera domenicale giuliana dell' 8746 sarà E , precisamente come abbiamo qui sopra trovato.

Similmente volendo la lettera domenicale dell' anno corrente 1840 , sarà $b=0$; $c=5$, $c'=4$; e perciò si farà

3	. . .	*numero costante*
20	. . .	$4c$
4	. . .	c'
27	7	
21	3	
6 = F ,		

dunque la lettera domenicale giuliana del 1840 è F ; e siccome quest' anno è bisestile , perciò questa sarà la seconda lettera , e la prima per conseguenza sarà G.

18. Debbo in ultimo avvertire , che la regola ricavata dalla formola (15) per trovare la lettera domenicale giuliana , potrà servire a determinare in che giorno della settimana cade un dato giorno di un anno dato ; ed ecco in qual modo.

1.° Al numero espresso dalle due ultime cifre dell' anno precedente al dato, si aggiunga la sua quarta parte ; in oltre il numero de' giorni compresi dal primo dell' anno dato fino al giorno da-

Digitized by Google

to, ed in fine si aggiunga il numero costante 5, e la somma si noti.

2.° Si divida il secolo per 7, ed il residuo della divisione si tolga dalla somma notata, e l'avanzo si divida per 7; il numero che resta indica il giorno della settimana nel quale cade il giorno dato.

Così volendo, per esempio, trovare in che giorno della settimana cadde il 6 febbraio del 1353, faremo in questo modo

52 . . . . *numero espresso dalle due ultime cifre dell' anno precedente*
13 . . . . *sua quarta parte*
37 . . . . *giorni compresi dal 1.° gennaio fino a' 6 febbraio inclusivo*
5 . . . . *numero costante*

107
6 . . . . *resto del secolo 13 diviso per 7*
101 | 7
7 14
31
28
3 = mercoledì;

dunque il 6 febbraio del 1353 cadde di mercoledì, precisamente come trovammo nell' esempio della pagina 9.

Similmente volendo sapere in qual giorno della settimana cadde il 30 marzo del 1578, faremo

Digitized by Google

```
 77
 19
 89
  5
---
190
  1
---
189     | 7
14      |---
---       27
 49
 49
---
  0 = domenica
```

dunque il 30 marzo del 1578 cadde di domenica, appunto come trovammo nell' esempio della pagina 10.

Ecco una tavola perpetua mediante la quale, senza calcolo alcuno, si potrà trovare in che giorno della settimana cadrà un dato giorno di un anno dato.

Digitized by Google

MESI.			A	B	C	D	E	F	G	GIORNI del MESE.				
Gennaio	.....	Ottobre	Don e.	Sabat.	Vene.	Giove.	Merco.	Marte.	Lune.	1	8	15	22	29
... .	Maggio	.....	Lune.	Dome.	Sabat.	Vene.	Giove.	Merco.	Marte.	2	9	16	23	30
Agosto.	.....	.....	Marte.	Lune.	Dome.	Sabat.	Vene.	Giove.	Merco.	3	10	17	24	31
Febbr..	Marzo.	Novem.	Merco.	Marte.	Lune.	Dome.	Sabat.	Vene.	Giove.	4	11	18	25	
Giugno	.....	.....	Giove.	Merco.	Marte.	Lune.	Dome.	Sabat.	Vene.	5	12	19	26	
Settem.	Dicem.	.....	Vene.	Giove.	Merco.	Marte.	Lune.	Dome.	Sabat.	6	13	20	27	
Aprile.	.....	Luglio.	Sabat.	Vene.	Giove.	Merco.	Marte.	Lune.	Dome.	7	14	21	28	

Volendo trovare con l'aiuto di questa tavola in che giorno della settimana cadde il 6 febbraio del 1353, sapendo che la lettera domenicale fu F, troveremo nella prima colonna a sinistra il mese di febbraio, ed andando in linea fino alla colonna che ha in testa la lettera data F, troveremo segnato lunedì, che sarà il giorno della settimana col quale cominciò il mese di febbraio del 1353. Indi nella terza colonna, ch'è quella che comincia di venerdì, discenderemo fino alla linea corrispondente al giorno 6 del mese, segnato nell'ultima colonna a destra, che contiene i giorni del mese, ed il giorno che troveremo segnato, ch'è mercoledì, sarà il giorno cercato, cioè che il 6 di febbraio del 1353 cadde di mercoledì, precisamente come abbiamo trovato nel primo esempio.

Del pari volendo sapere in che giorno della settimana cadde il 30 marzo del 1578, nella tavola perpetua delle lettere domenicali giuliane, posta alla pagina 31, troveremo la lettera del 1578, e si troverà essere E. In seguito, in questa tavola troveremo il mese di marzo nella prima colonna a sinistra, ed andando in linea fino alla colonna che ha in testa la lettera E, troveremo segnato sabato, che sarà il giorno della settimana col quale cominciò il mese di marzo del 1578. In fine nella seconda colonna, ch'è quella che comincia da sabato, discenderemo fino alla linea 30 del mese, segnata nell'ultima colonna a destra, ed il giorno domenica, che si trova segnato, sarà il giorno cercato, e perciò il 30 di marzo del 1578 cadde di domenica, precisamente come abbiamo trovato nel secondo esempio.

Si noti che quando l'anno è bisestile, per i primi due mesi gennaio e febbraio si farà uso

Digitized by Google

della prima lettera domenicale, e per i rimanenti mesi si userà la seconda.

Della lettera domenicale gregoriana.

19. Il processo praticato per determinare la lettera domenicale giuliana, ci servirà ancora a trovar quella del calendario gregoriano. In fatti, nella formola (10) facciamo $g=0$: avremo

$$\left(\frac{5(b+b')+3c+c'}{7}\right)_r,$$

che ci darà il giorno della settimana col quale finisce l'anno comune (H—1), e quindi anche quello col quale comincia (num. 11), onde se togliamo il numeratore di questa espressione da 8, il resto

$$\left(\frac{8-5(b+b')-3c-c'}{7}\right)_r,$$

ci darà la lettera domenicale gregoriana dell'anno comune (H—1) (num. 10.)

Ora, se al numeratore di questa espressione aggiungiamo la quantità $7(b+b')+7c+7c'-7$, ch'è moltiplice di 7, il risultato non varia, e chiamando L' la lettera domenicale gregoriana, e riducendo, si ottiene

$$L'=\left(\frac{1+2(b+b')+4c+6c'}{7}\right)_r \ldots (17).$$

20. Se l'anno H—1 è bisestile, esso comincia dal giorno della settimana precedente a quello col quale finisce (num. 12); ma abbiamo veduto che

Digitized by Google

l' anno H—1 finisce col giorno della settimana espresso da

$$\left(\frac{5(b+b')+3c+c'}{7}\right)_r,$$

dunque lo stesso anno bisestile H—1 comincia col giorno della settimana precedente a questo, ossia col giorno designato da

$$\left(\frac{5(b+b')+3c+c'-1}{7}\right)_r.$$

Onde, se togliamo questo numero da 7, il resto sarà quello della corrispondente lettera domenicale, secondo abbiamo veduto al numero 12. Togliendo dunque da 7 il numeratore di questa espressione, avremo che la lettera domenicale L', nel caso dell' anno bisestile, sarà disegnata da

$$L' = \left(\frac{7-5(b+b')-3c-c'+1}{7}\right)_r,$$

ed accrescendo il numeratore di questa espressione della quantità $7(b+b')+7c+7c'-7$, ch' è moltiplice di 7, e riducendo, si ottiene in fine

$$L' = \left(\frac{1+2(b+b')+3c+6c'}{7}\right)_r,$$

ch' è precisamente la medesima formola (17) trovata per un anno comune. Dunque questa formola vale tanto per un anno comune che per un anno bisestile. A questa formola perviene ancora il Ciccolini (*a*) tenendo una strada diversa; ma noi ne ricaveremo in seguito un' altra più elegante e più facile ancora nelle sue applicazioni.

(*a*) *Formole analitiche pel calcolo della Pasqua*, pag. 13.

Si avverte che nel caso dell' anno bisestile, la formola in questione ci dà sempre la seconda lettera domenicale, ch' è quella che necessita pel calcolo della Pasqua. Trovata con questa formola la seconda lettera domenicale, la prima sarà sempre la seguente, appunto come dicemmo nel numero 13.

Esempio I. Sia da determinarsi la lettera domenicale gregoriana dell' anno 1840: abbiamo in questo caso $H-1=1840$, $b=\left(\frac{1840}{4}\right)_r=0$, $c=\left(\frac{1840}{7}\right)_r=6$, $b'=\left(\frac{18}{4}\right)_r=2$, e $c'=\left(\frac{18}{7}\right)_r=4$, e perciò sostituendo questi valori nella formola (17), si ha

$$L'=\left(\frac{1+2(0+2)+24+24}{7}\right)_r=\left(\frac{53}{7}\right)_r=4=D,$$

dunque la seconda lettera domenicale dell' anno 1840 è D, e la prima è E.

Esempio II. Volendo trovare la lettera domenicale del 4839, avremo in questo caso $b=3$, $b'=0$, $c=2$, $c'=6$, onde sarà

$$L'=\left(\frac{1+6+8+36}{7}\right)_r=\left(\frac{51}{7}\right)_r=2=B,$$

dunque la lettera domenicale del 4839 sarà B.

21. Poichè il numero della lettera domenicale si ha togliendo da 8 quello che indica il giorno della settimana nel quale cade il primo giorno dell' anno, possiamo da ciò dedurre una regola facile onde trovare la lettera domenicale di qualunque anno di questo secolo. Facciamo nella formola (11) $g=0$: avremo

Digitized by Google

$$\left(\frac{(H-1)+\left(\frac{H-1}{4}\right)_q}{7}\right)_r,$$

che sarà il giorno della settimana col quale finisce l'anno H—1, ed anche quello col quale comincia (*a*). Ora se togliamo questo numero da 8, il resto sarà quello della corrispondente lettera domenicale. Quindi si ricava la seguente regola.

All' anno dato si aggiunga la sua quarta parte, e la somma si divida per 7; indi il residuo si tolga da 8, ed il numero che resta sarà quello della lettera domenicale cercata.

Così volendo la lettera domenicale del 1889, faremo

1889 . . . . *anno dato*
472 . . . . *sua quarta parte*
2361 | 7
21 337
26
21
51
49
2 . . . 8—2=6=F,

dunque la lettera domenicale del 1889 sarà F.

(*a*) Questo avviene nell' anno comune, ma nel bisestile il giorno della settimana col quale comincia è il precedente a quello col quale finisce; e poichè nel bisestile noi determiniamo sempre la seconda lettera domenicale, perciò il giorno di più vien compensato dall' unità di meno che vi è nel numero della lettera domenicale. Quindi, nell' effetto, questa assertiva è generale tanto per l' anno comune che pel bisestile.

Digitized by Google

22. Questa regola potrà rendersi mnemoniaca, cioè capace di essere praticata a memoria, modificandola nel seguente modo.

Riprendiamo la formola

$$\left(\frac{(H-1)+\left(\frac{H-1}{4}\right)_q}{7}\right)_r,$$

e rappresentiamo l' anno dato con $1800+m$, indicando con m il numero espresso dalle due ultime cifre dell' anno dato $H-1$, ossia l' anno del secolo corrente. Mettendo questo valore $1800+m$ in luogo di $H-1$, ed osservando che il termine $\left(\frac{H-1}{4}\right)_q$ diventa $\left(\frac{1800+m}{4}\right)_q=450+\left(\frac{m}{4}\right)_q$, si avrà

$$\left(\frac{1800+m+450+\left(\frac{m}{4}\right)_q}{7}\right)_r=\left(\frac{2250+m+\left(\frac{m}{4}\right)_q}{7}\right)_r,$$

e poichè 2250 diviso per 7 dà per resto 3, perciò questa espressione si riduce a

$$\left(\frac{m+\left(\frac{m}{4}\right)_q+3}{7}\right)_r \quad \ldots\ldots (18),$$

la quale ci dà la seguente regola, per trovare la lettera domenicale gregoriana di un anno qualunque di questo secolo.

Al numero espresso dalle due ultime cifre dell' anno dato si aggiunga la sua quarta parte, ed anche il numero costante 3: si divida la somma per 7, e l' avanzo si tolga da 8: il numero che

Digitized by Google

rimane sarà quello della lettera domenicale cercata.

Così volendo la lettera domenicale del 1839, faremo

39 . . . . . *numero espresso dalle due ultime cifre dell'anno dato*
9 . . . . . *sua quarta parte*
3 . . . . . *numero costante*

```
 51 | 7
 49   7
  2 . . . 8 — 2 = 6 = F ,
```

dunque la lettera domenicale del 1839 fu F.

Similmente volendo la lettera domenicale del 1886, faremo

```
 86
 21
  3
 110 | 7
  7    15
  40
  35
   5 . . . . 8 — 5 = 3 = C ;
```

dunque la lettera domenicale del 1886 sarà C.

23. Possiamo rendere questa regola generale per qualunque secolo, mercè una piccola modificazione: ecco in qual maniera.

La formola (8) ci dà il giorno della settimana in cui cade l'ultimo dell'anno H—1, e siccome l'ultimo giorno dell'anno cade nello stesso giorno della settimana in cui cade il primo (nota del num. 21), perciò questa medesima formola (8) ci darà ancora il giorno della settimana in cui cade il primo giorno dell'anno H—1. Ciò posto, indichia-

Digitized by Google

mo con m il numero espresso dalle due ultime cifre dell' anno dato; sarà $H-1=100K+m$, e sostituendo questo valore nella formola (8), si avrà

$$\left(\frac{100K+m+\left(\frac{100K+m}{4}\right)_q-K+\left(\frac{K}{4}\right)_q}{7}\right)_r,$$

e siccome si ha

$$\left(\frac{100K+m}{4}\right)_r=25K+\left(\frac{m}{4}\right)_q,$$

perciò sostituendo e riducendo si ottiene

$$\left(\frac{124K+m+\left(\frac{m}{4}\right)_q+\left(\frac{K}{4}\right)_q}{7}\right)_r;$$

ed osservando che $124K=126K-2K$, e che $126K$, come moltiplice di 7 può sopprimersi, perciò la formola diventa

$$\left(\frac{m+\left(\frac{m}{4}\right)_q-2K+\left(\frac{K}{4}\right)_q}{7}\right)_r.$$

Di più, facendo $b'=\left(\frac{K}{4}\right)_q$, sarà $\frac{K-b'}{4}=\left(\frac{K}{4}\right)_q$, e quindi sostituendo si avrà

$$\left(\frac{m+\left(\frac{m}{4}\right)_q-2K+\frac{K-b'}{4}}{7}\right)_r,$$

e siccome $\frac{K-b'}{4}$ è un numero intero, tale sarà an-

Digitized by Google

cora $\frac{7K-7b'}{4}$, il quale essendo inoltre moltiplice di 7, possiamo aggiungerlo al numeratore, ed avremo, dopo le riduzioni,

$$\left(\frac{m+\left(\frac{m}{4}\right)_q-2b'}{7}\right)_r \ldots (19),$$

che ci dà il giorno della settimana in cui cade il primo dell'anno H—1. Quindi se questo numero lo togliamo da 8, il resto sarà quello della corrispondente lettera domenicale dell'anno H—1.

Questa formola ci somministra la seguente regola generale onde trovare la lettera domenicale gregoriana di qualsivoglia anno dato.

1.° Al numero espresso dalle due ultime cifre dell'anno dato si aggiunga la sua quarta parte, e la somma si noti.

2.° Si divida il secolo per 4, ed il doppio del residuo si tolga dalla somma notata, ed il resto si divida per 7; il residuo si noti.

3.° Si tolga questo residuo notato da 8, e l'avanzo sarà il numero della lettera domenicale gregoriana cercata.

Così, volendo la lettera domenicale gregoriana del 4939, faremo come segue

39 . . . . . *numero espresso dalle due ultime cifre dell'anno dato*

9 . . . . . *sua quarta parte*

48

2 . . . . . *doppio del residuo del secolo 49 diviso per 4*

46 | 7

42 | 6

4 . . . 8 — 4 = 4 = D,

Digitized by Google

dunque la lettera domenicale del 4939 sarà D.

Similmente volendo la lettera domenicale gregoriana dell' anno 4757, faremo

57 . . . . . *numero espresso dalle due ultime cifre dell'anno dato*

14 . . . . . *sua quarta parte*

71

6 . . . . . *doppio del residuo del secolo 47 diviso per 4*

65 | 7

63 9

2 , $8 - 2 = 6 = F$,

dunque la lettera domenicale del 4757 sarà F.

Del pari volendo la lettera dell' anno corrente 1840, faremo

40

10

50

4

46 | 7

42 6

4 . . . $8 - 4 = 4 = D$,

dunque la seconda lettera domenicale del 1840 è D, e la prima per conseguenza è E.

24. Se nella formola (19) accresciamo il numeratore di 7, e facciamo $b' = 1$, avremo

$$\left(\frac{m + \left(\frac{m}{4}\right)_q + 5}{7}\right)_r \ldots (20),$$

che valerà per tutt' i secoli, i quali divisi per 4 danno per resto 1, come 1700, 2100, 2500, ec.

Digitized by Google

Se, dopo di avere accresciuto il numeratore di 7, facciamo successivamente $b'=2$, e $b'=3$, avremo

$$\left(\frac{m+\left(\frac{m}{4}\right)_q+3}{7}\right)_r \ldots (21),$$

$$\left(\frac{m+\left(\frac{m}{4}\right)_q+1}{7}\right)_r \ldots (22).$$

La prima, ch' è la stessa dell'altra (18), ci darà la regola particolare per questo secolo, e per tutti quelli che divisi per 4, danno 2 per residuo, cioè il 1800, 2200, 2600, ec.

La seconda valerà per i secoli che divisi per 4 danno per residuo 3, come il 1900, 2300 ec.

In fine, facendo nella formola (19) $b'=0$, avremo

$$\left(\frac{m+\left(\frac{m}{4}\right)_q}{7}\right)_r \ldots (23),$$

che valerà per tutti i secoli bisestili, cioè tali che siano divisibili per 4.

25. Potremmo qui dimostrare, come nel numero 16, che non facendo variare il b', ossia che durante il medesimo secolo, le lettere domenicali tornano ad essere le stesse e nel medesimo ordine dopo il periodo di 28 anni, e che gli anni, 1 e 96, 2 e 97, 3 e 98 dello stesso secolo hanno la medesima lettera domenicale.

Di più, siccome b' non può avere per valori che 0, 1, 2, 3, perciò è facile di costruire con la formola (19) la seguente tavola, colla quale può trovarsi prontamente la lettera domenicale gregoriana di un anno qualunque.

Digitized by Google

TAVOLA PERPETUA DELLE LETTERE DOMENICALI GREGORIANE.

ANNI INTERMEDI.	$b'=0$	$b'=1$	$b'=2$	$b'=3$
	B A	C	E	G
1. 29. 57. 85.	G	B	D	F
2. 30. 58. 86.	F	A	C	E
3. 31. 59. 87.	E	G	B	D
4. 32. 60. 88.	D C	F E	A G	C B
5. 33. 61. 89	B	D	F	A
6. 34. 62. 90.	A	C	E	G
7. 35. 63. 91.	G	B	D	F
8. 36. 64. 92.	F E	A G	C B	E D
9. 37. 65. 93.	D	F	A	C
10. 38. 66. 94.	C	E	G	B
11. 39. 67. 95.	B	D	F	A
12. 40. 68. 96.	A G	C B	E D	G F
13. 41. 69. 97.	F	A	C	E
14. 42. 70. 98.	E	G	B	D
15. 43. 71. 99.	D	F	A	C
16. 44. 72.	C B	E D	G F	B A
17. 45. 73.	A	C	E	G
18. 46. 74.	G	B	D	F
19. 47. 75.	F	A	C	E
20. 48. 76.	E D	G F	B A	D C
21. 49. 77.	C	E	G	B
22. 50. 78.	B	D	F	A
23. 51. 79.	A	C	E	G
24. 52. 80.	G F	B A	D C	F E
25. 53. 81.	E	G	B	D
26. 54. 82.	D	F	A	C
27. 55. 83.	C	E	G	B
28. 56. 84.	B A	D C	F E	A G

Digitized by Google

L' uso di questa tavola è simile a quello della pagina 31 per le lettere domenicali giuliane: onde se voglia trovarsi la lettera domenicale dell' anno secolare 1800, si dividerà 18 per 4, e si avrà per resto 2. Indi si troverà la colonna che ha in testa segnato $b'=2$, e la lettera immediatamente al di sotto, ch' è E, sarà la lettera domenicale del 1800.

Volendo poi la lettera domenicale dell' anno intordio 3967, si troverà nella colonna degli anni intermedî 67, ed andando in linea fino alla colonna che ha in testa $b'=3$, ch' è quella che appartiene al secolo dato, per essere $\left(\frac{39}{4}\right)_r=3$, la lettera che vi si trova segnata, ch' è A, sarà la lettera domenicale dell' anno dato 3967.

Similmente si trova che la lettera domenicale del 4669 è C, e quelle del 2848 sono ED.

È da notarsi che in vece di questa tavola potrà usarsi quella delle lettere domenicali giuliane posta alla pagina 31, con iscegliere però le colonne corrispondenti a' valori di b' ivi segnati. Così volendo la lettera domenicale del 1841, si osserverà che $b'=\left(\frac{18}{4}\right)_r=2$, e perciò nella colonna degli anni intermedî si troverà 41, ed andando in linea fino alla colonna che ha in testa $b'=2$, si troverà segnata la lettera domenicale C, che sarà quella del 1841.

26. Non tralascio di far qui notare, che la formola (19) può mettersi sotto una forma più elegante dell' altra (17), e che riesce più facile nelle applicazioni.

Rappresentiamo con b il resto della divisione

Digitized by Google

di m per 4, ossia facciamo $b=\left(\frac{m}{4}\right)_r$, sarà $\frac{m-b}{4}$ $=\left(\frac{m}{4}\right)_q$, e sostituendo questo valore nella formola (19), essa diventa

$$\left(\frac{m+\frac{m-b}{4}-2b'}{7}\right)_r=\left(\frac{\frac{5m-b}{4}-2b'}{7}\right)_r,$$

ed aggiungendo al numeratore la quantità $\frac{7m-7b}{4}$, ch' è moltiplice di 7, e facendo la divisione per 4, si ottiene

$$\left(\frac{3m-2b-2b'}{7}\right)_r.$$

Togliendo questo valore da 8, il resto

$$\left(\frac{8-3m+2b+2b'}{7}\right)_r,$$

sarà il numero della lettera domenicale dell' anno H—1. Ma se facciamo $\left(\frac{m}{7}\right)_r=c$, sarà $m-c$ moltiplice di 7, e tale sarà ancora $3m-3c$, il quale aggiunto al numeratore di quest' ultima espressione, non farà variare il residuo della divisione, e si avrà

$$\left(\frac{8+2(b+b')-3c}{7}\right)_r.$$

Finalmente aggiungendo a questo numeratore la quantità $7c-7$, ch' è moltiplice di 7, e riducendo, si ottiene

$$L' = \left(\frac{1+2(b+b')+4c}{7}\right)_r \ldots (24),$$

che sarà la lettera domenicale gregoriana dell'anno dato H—1.

Questa formola è più semplice non solo, ma più facile nelle applicazioni dell'altra (17), potendosi calcolare anche a memoria.

Esempio I. Sia per esempio da trovarsi la lettera domenicale gregoriana del 3857: abbiamo in questo caso $K=38$, $m=57$, e quindi $b=\left(\frac{57}{4}\right)_r=1$, $c=\left(\frac{57}{7}\right)_r=1$, $b'=\left(\frac{38}{4}\right)_r=2$, e perciò la formola (24) ci darà

$$\begin{array}{rl}
1 \ldots & \textit{numero costante} \\
6 \ldots & 2(b+b') \\
4 \ldots & 4c \\
\hline
11 & \mid 7 \\
 & \overline{1} \\
7 & \\
\hline
4 = D, &
\end{array}$$

dunque la lettera domenicale del 3857 sarà D.

Esempio II. Volendo similmente la lettera domenicale gregoriana dell'anno corrente 1840, abbiamo $K=18$, $m=40$, $b=\left(\frac{40}{4}\right)_r=0$, $b'=\left(\frac{18}{4}\right)_r=2$, $c=\left(\frac{40}{7}\right)_r=5$, onde faremo

$$\begin{array}{rl}
1 & \\
4 & \\
20 & \\
\hline
25 & \mid 7 \\
21 & \overline{3} \\
\hline
4 = D, &
\end{array}$$

Digitized by Google

dunque la seconda lettera domenicale del 1840 è D, e la prima per conseguenza sarà E, appunto come abbiamo più volte trovato.

27. Debbo in ultimo avvertire, che la formola (19) potrà servire per trovare in che giorno della settimana cade un dato giorno di un anno dato, nel seguente modo:

1.° Al numero espresso dalle due ultime cifre dell'anno precedente al dato, si aggiunga la sua quarta parte, ed anche il numero de' giorni compresi dal primo giorno dell'anno dato, fino al giorno dato inclusivo, e la somma si noti.

2.° Si divida il secolo per 4 ed il doppio del residuo si tolga dalla notata somma, e l'avanzo si divida per 7: il resto della divisione darà il giorno della settimana nel quale cade il giorno dato.

Per esempio, volendo conoscere in che giorno della settimana cadrà il 10 maggio del 3455, faremo

54 . . . *numero espresso dalle due ultime cifre dell'anno precedente al dato*
13 . . . *sua quarta parte*
130 . . . *giorni compresi dal primo del 3455 fino a' 10 maggio*

197
4 . . . *doppio del residuo del secolo 34 diviso per 4*

193 | 7
14 | 27
53
49
4 = giovedì,

dunque il 10 maggio dell' anno 3455 cadrà di gio-

Digitized by Google

vedi, precisamente come abbiamo trovato nel secondo esempio della pagina 16.

Similmente volendo conoscere in che giorno della settimana cadrà il 9 aprile del 4980, faremo

79 . . . . *numero espresso dalle due ultime cifre dell' anno precedente*
19 . . . . *sua quarta parte*
100 . . . . *giorni compresi dal 1.° 4980 fino a' 9 aprile*

198
2 . . . . *doppio resto del secolo 49 diviso per 4*

196 | 7
14 28
56
56
0 = domenica;

dunque il 9 aprile del 4980 cadrà di domenica, e così doveva essere, dacchè sappiamo che allora sarà la Pasqua di Resurrezione.

In fine volendo trovare in che giorno della settimana cadrà il 2 luglio del corrente anno 1840, faremo

39
9
184
232
4
228 | 7
21 32
18
14
4 = giovedì,

Digitized by Google

dunque il 2 luglio del 1840 cadrà di giovedì.

Del resto il giorno della settimana nel quale cade un dato giorno di un anno dato, potrà trovarsi senza calcolo, mercè la tavola delle lettere domenicali, e quella della pagina 37 con la stessa regola esposta alla pagina 38. Così volendo sapere in che giorno della settimana cadrà il 10 maggio del 3455, troveremo nella tavola della pagina 40 la lettera domenicale, che sarà *G*, indi nella prima colonna della tavola della pagina 37 troveremo il mese di maggio, ed andando in linea fino alla colonna che ha in testa la lettera *G*, troveremo segnato martedì, che sarà il giorno della settimana col quale comincerà maggio del 3455. In seguito nella colonna che comincia da martedì discenderemo fino alla linea del giorno 10 del mese, segnato nell' ultima colonna a destra, ed il giorno segnato, cioè giovedì, sarà il giorno cercato. Onde il 10 maggio del 3455 cadrà di giovedì, appunto come abbiamo trovato nel primo esempio qui sopra.

CAPITOLO III.

DEL NUMERO D'ORO, E DELL' EPATTA.

28. Il ciclo lunare, altrimenti detto *numero d'oro*, è un periodo di 19 anni solari, uguali a 19 anni e sette mesi lunari, e comprende 235 lunazioni, ossiano mesi lunari, de' quali mesi i primi 228, che formano i 19 anni lunari, sono alternativamente di 30 e di 29 giorni l' uno, e de' sette restanti i primi sei sono di 30 giorni, e l' ultimo di 29. Questi sette mesi si chiamano embolismici, e s' intercalano nel 3.°, 6.°, 9.°, 11.°, 14.° 17.° 19.° de' 19 anni lunari, e questi anni sono per conseguenza di 13 mesi lunari, ossia di 384 giorni, eccetto il 19.° ch' è di 383 giorni, a causa che l' ultimo mese embolismico è di 29 giorni. Durante questo ciclo di 19 anni i novilunî succedono ne' medesimi giorni in cui successero quelli del periodo precedente, e per conseguenza la luna si trova nel medesimo grado dello zodiaco in cui si trovava 19 anni prima.

Fu Metone, astronomo Ateniese, che 430 anni prima di Gesù Cristo insegnò a'Greci che ogni 19 anni i novilunî accadevano ne' medesimi giorni dell' anno, e si tenne questa scoverta di tale importanza, che i numeri di questo ciclo s' incidevano a lettere d' oro nelle pubbliche piazze, e forse per tale ragione furono detti numeri d' oro.

Nel principio dell'era cristiana il numero d'o-

ro fu 1, e perciò nel primo anno fu 2, nel secondo 3, nel terzo 4, ec. Quindi chiaramente si vede che per avere il numero d'oro di un anno qualunque, basta dividere quest'anno per 19, ed il resto accresciuto di una unità darà il numero d'oro cercato. Così per trovare il numero d'oro dell'anno corrente 1840 si dividerà 1840 per 19, che darà per quoziente 96, e per resto 16. Il quoziente indica che dal principio dell'era fino al 1840 si sono compiti 96 cicli lunari, ed il resto 16, accresciuto di 1, ossia 17, sarà il numero d'oro cercato, ed esso mostra che il 1840 è il 17.mo anno del 97.mo ciclo lunare. Quindi, in generale, chiamando H un anno qualunque, ed N il numero d'oro corrispondente, sarà sempre

$$N=\left(\frac{H}{19}\right)_r+1 \quad . \; . \; . \; (25).$$

Nel calendario giuliano i numeri d'oro mettevansi a fianco a' giorni ne' quali avvenivano i novilunî, ed i giorni non accompagnati da nessun numero d'oro erano quelli ne' quali non avvenivano giammai novilunî durante la rivoluzione dell'intero ciclo.

29. Mettendo l'equazione (25) sotto la seguente forma

$$N=\left(\frac{H+1}{19}\right)_r,$$

e rappresentando con m il numero espresso dalle due ultime cifre dell'anno dato, ossia facendo $H=100K+m$, avremo con la sostituzione di questo valore

$$N=\left(\frac{100K+m+1}{19}\right)_r \ldots (26).$$

Digitized by Google

Di più facendo

$$v = \left(\frac{K}{19}\right)_r ,$$

sarà

$$\left(\frac{K-v}{19}\right)_r = 0 ;$$

e perciò si avrà

$$\left(\frac{100K-100v}{19}\right)_r = 0 ,$$

e sottraendo questa espressione dal secondo membro dell' equazione (26), e riducendo verrà

$$N = \left(\frac{100v+m+1}{19}\right)_r ,$$

Togliendo dal numeratore del secondo membro di questa equazione la quantità $95v$, ch' è moltiplice di 19, e che perciò non fa variare il risultato, resterà

$$N = \left(\frac{5v+m+1}{19}\right)_r .$$

Se in questa formola facciamo successivamente $v=0$, 1, 2, 3, 4, ... 18, e che in ciascuno de' risultati mettiamo in luogo di m successivamente ciascuno de' numeri 0, 1, 2, 3, 4 ... . 99, avremo i numeri d' oro di tutti gli anni di qualunque secolo. Quindi risulta chiaramente che registrando in un quadro tutti i valori di N così ottenuti, con mettere però in una stessa colonna quelli che appartengono agli anni di uno stesso secolo, avremo la seguente tavola, che ci darà i numeri d' oro di tutti gli anni di qualsivoglia secolo.

Digitized by Google

Ecco come si trova con l'aiuto di questa tavola il numero d' oro di un anno dato.

1.° Se l'anno è secolare, per esempio 3700, si divida il secolo dato 37 per 19, e si avrà per resto 18. Indi nella colonna che ha in testa $v=18$, il numero che immediatamente sta scritto al di sotto, ch'è 15, sarà il numero d' oro cercato.

Del pari volendo il numero d' oro dell' anno secolare 2600, si dividerà il secolo 26 per 19, e si avrà $v=7$, e perciò nella colonna che ha in testa $v=7$, il numero 17 ch' è scritto immediatamente al di sotto, sarà il numero d' oro cercato, cioè quello dell' anno 2600.

2.° Se l' anno dato è uno degli anni intermedî, in tal caso si troverà l' anno dato nella colonna degli *anni intermedî*, ed andando in linea orizzontale fino alla colonna che ha in testa il valore di v, proprio del secolo dato, si troverà segnato il numero d' oro cercato.

Per esempio, volendo il numero d' oro del 1840, si troverà 40 nella colonna degli *anni intermedî*, ed andando in linea fin sotto alla colonna che ha in testa $v=18$, ch' è quella del secolo corrente per essere $v=\left(\frac{18}{19}\right)_r=18$, si troverà segnato 17, e questo sarà appunto il numero d' oro del 1840.

Nello stesso modo si trova che il numero d' oro del 1794 fu 9, e che quello del 4535 sarà 15.

Digitized by Google

TAVOLA PERPETUA

ANNI INTERMEDI.		n=0	n=1	n=2	n=3	n=4	n=5
		1	6	11	16	2	7
1 20 39	58 77 96	2	7	12	17	3	8
2 21 40	59 78 97	3	8	13	18	4	9
3 22 41	60 79 98	4	9	14	19	5	10
4 23 42	61 80 99	5	10	15	1	6	11
5 24 43	62 81	6	11	16	2	7	12
6 25 44	63 82	7	12	17	3	8	13
7 26 45	64 83	8	13	18	4	9	14
8 27 46	65 84	9	14	19	5	10	15
9 28 47	66 85	10	15	1	6	11	16
10 29 48	67 86	11	16	2	7	12	17
11 30 49	68 87	12	17	3	8	13	18
12 31 50	69 88	13	18	4	9	14	19
13 32 51	70 89	14	19	5	10	15	1
14 33 52	71 90	15	1	6	11	16	2
15 34 53	72 91	16	2	7	12	17	3
16 35 54	73 92	17	3	8	13	18	4
17 36 55	74 93	18	4	9	14	19	5
18 37 56	75 94	19	5	10	15	1	6
19 38 57	76 95	1	6	11	16	2	7

DE' NUMERI D' ORO.

v = 6	v = 7	v = 8	v = 9	v = 10	v = 11	v = 12	v = 13	v = 14	v = 15	v = 16	v = 17	v = 18
12	17	3	8	13	18	4	9	14	19	5	10	15
13	18	4	9	14	19	5	10	15	1	6	11	16
14	19	5	10	15	1	6	11	16	2	7	12	17
15	1	6	11	16	2	7	12	17	3	8	13	18
16	2	7	12	17	3	8	13	18	4	9	14	19
17	3	8	13	18	4	9	14	19	5	10	15	1
18	4	9	14	19	5	10	15	1	6	11	16	2
19	5	10	15	1	6	11	16	2	7	12	17	3
1	6	11	16	2	7	12	17	3	8	13	18	4
2	7	12	17	3	8	13	18	4	9	14	19	5
3	8	13	18	4	9	14	19	5	10	15	1	6
4	9	14	19	5	10	15	1	6	11	16	2	7
5	10	15	1	6	11	16	2	7	12	17	3	8
6	11	16	2	7	12	17	3	8	13	18	4	9
7	12	17	3	8	13	18	4	9	14	19	5	10
8	13	18	4	9	14	19	5	10	15	1	6	11
9	14	19	5	10	15	1	6	11	16	2	7	12
10	15	1	6	11	16	2	7	12	17	3	8	13
11	16	2	7	12	17	3	8	13	18	4	9	14
12	17	3	8	13	18	4	9	14	19	5	10	15

Digitized by Google

Dell' Epatta.

30. L'anno solare essendo, siccome dicemmo nel numero 1.° di 365 giorni, e l'anno lunare essendo di 354 giorni, la loro differenza di 11 è quella che si chiama *epatta*. Quindi la serie delle epatte è la serie delle differenze che si trovano tra queste due specie di anni. Vi sono per altro delle epatte astronomiche, che servono a determinare i novilunî medî astronomici; ma l'epatta segnata nel calendario, ch'è quella della quale ci occuperemo, serve a trovare secondo l'intenzione della Chiesa, o per dir meglio secondo la riforma gregoriana, i novilunî ecclesiastici, i quali non sono perfettamente di accordo con gli astronomici. L'epatta segnata nel calendario è l'età della luna al principio dell'anno: per esempio, al principio del 1840 l'età della luna era 26, e perciò 26 sarà ancora l'epatta dell'anno 1840. Del pari l'epatta del 1746 fu 7, perchè alla fine di dicembre del 1745 la luna aveva 7 giorni di età.

Ciò posto, chiamasi *lunazione*, ovvero mese lunare *sinodico*, il tempo che passa tra due novilunî successivi. Ogni mese lunare è di 29 giorni, 12 ore, 44′, e 2″, 8; si trascurano i minuti e si dice che ogni lunazione è di 29 giorni e 12 ore; ma per non considerare queste ore, perchè sarebbero d'incomodo ne' calcoli, si è stabilito che delle 12 lunazioni che compongono l'anno lunare, sei fossero di 30 giorni l'una, e le sei restanti di 29 giorni. I primi sei mesi lunari si chiamano *pieni*, e sono gennaio, marzo, maggio, luglio, ottobre, dicembre, e gli altri sei, detti *cavi*, sono febbraio, aprile, giugno, ago-

Digitized by Google

sto, settembre e novembre. Dunque ogni lunazione di mese lunare pieno è di 30 giorni, e ciascuna di quelle de' mesi cavi è di 29. Quindi l'età della luna non potendo essere più di 30, ne segue anche che l'epatta non può eccedere 30, e per conseguenza possiamo dire essere le epatte 30 numeri scritti nel calendario perpetuo a fianco de' giorni di ciascun mese, e servono ad indicare i giorni ne' quali accadono i novilunî ecclesiastici. Al primo di gennaio si è scritta l'epatta *, ossia XXX, al secondo XXIX, al terzo XXVIII, e così di seguito, sempre in ordine decrescendo, e queste epatte, scritte in questo modo, indicheranno i giorni ne' quali accadono i novilunî. In fatti, se l'ultimo novilunio di un anno succede a' 3 di dicembre, per esempio, in tal caso alla fine dell'anno l'età della luna sarebbe di 29 giorni, e perciò 29 sarà l'epatta dell'anno seguente, e per conseguenza la lunazione finirà al 1.° di gennaio, e quindi a' 2 sarà l'altro novilunio. Onde per fare che l'epatta 29 segnasse il giorno del novilunio, essa dovrà essere scritta a fianco del giorno 2 di gennaio. Del pari se l'ultimo novilunio dell'anno cadesse a' 4 di dicembre, l'età della luna alla fine dell'anno sarebbe di 28 giorni, e 28 sarebbe ancora l'epatta dell'anno seguente, e questa lunazione terminando a' 2 di gennaio, ne segue che a' 3 sarebbe l'altro novilunio, e perciò l'epatta 28 deve scriversi a fianco del giorno 3 affin di segnare il giorno del novilunio. Per una simile ragione le epatte 27, 26, 25, ec. dovranno scriversi a fianco de' giorni 4, 5, 6, ec. di gennaio, e quindi è vero che le epatte dovranno andare in ordine retrogrado a' giorni de' mesi corrispondenti, per segnare i giorni de' novilunî.

Digitized by Google

Ne' mesi cavi, che sono di 29 giorni, ad oggetto di esaurire i 30 numeri delle epatte si è stabilito di scrivere insieme le due epatte XXV e XXIV a fianco de' giorni 5 febbraio, 5 aprile, 3 giugno, 1.° agosto, 29 settembre, e 27 novembre.

31. Essendo l' epatta l' eccesso 11 dell' anno solare sull' anno lunare, ed essendo questa differenza sempre la stessa, ne segue che l' epatta di un anno è sempre 11 di più di quella dell' anno precedente; in modo, che se l' epatta di un anno è VI quella dell' anno seguente sarà XVII, e quella dell' anno appresso sarà XXVIII, e così di seguito.

Non entriamo in maggiori particolarità sull' epatta, perchè sarebbero estranee all' oggetto che ci siamo proposti, bastando queste poche nozioni per la chiara intelligenza di quanto qui appresso dobbiamo esporre, affin di trovare la formola generale dell' epatta di un anno qualunque. Ci occuperemo prima della formola dell' epatta giuliana, e poi della gregoriana.

Dell' epatta giuliana.

32. Ad oggetto di ricavare la formola generale dell' epatta giuliana, rapportiamo qui il primo mese di ciascuno de' due calendarî perpetui, del giuliano cioè e del gregoriano, dal confronto de' quali ci sarà facile di ricavare la formola dell' epatta giuliana.

Digitized by Google

CALENDARIO GIULIANO

GENNAIO

Giorni del mese	LETTERE domenicali.	NUMERI d'oro.
1	A	3
2	B	
3	C	11
4	D	
5	E	19
6	F	8
7	G	
8	A	16
9	B	5
10	C	
11	D	13
12	E	2
13	F	
14	G	10
15	A	
16	B	18
17	C	7
18	D	
19	E	15
20	F	4
21	G	
22	A	12
23	B	1
24	C	
25	D	9
26	E	
27	F	17
28	G	6
29	A	
30	B	14
31	C	3

CALENDARIO GREGORIANO

GENNAIO

Giorni del mese	LETTERE domenicali.	EPATTE.
1	A	*
2	B	XXIX
3	C	XXVIII
4	D	XXVII
5	E	XXVI
6	F	XXV
7	G	XXIV
8	A	XXIII
9	B	XXII
10	C	XXI
11	D	XX
12	E	XIX
13	F	XVIII
14	G	XVII
15	A	XVI
16	B	XV
17	C	XIV
18	D	XIII
19	E	XII
20	F	XI
21	G	X
22	A	IX
23	B	VIII
24	C	VII
25	D	VI
26	E	V
27	F	IV
28	G	III
29	A	II
30	B	I
31	C	*

Digitized by Google

Dal paragone di questi calendarî si vede che i numeri d'oro 1, 2, 3, 4, 8, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 14, 15, 16, 17, 18, 19, segnati nel primo calendario a fianco a' giorni 23, 12, 31, 20, 9, 28, 17, 6, 25, 14, 3, 22, 11, 30, 19, 8, 27, 16 e 5 di gennaio, corrispondono alle epatte VIII, XIX, *, XI, XXII, III, XIV, XXV, VI, XVII, XXVIII, IX, XX, I, XII, XXIII, IV, XV, XXVI segnate nel secondo calendario a fianco a' medesimi giorni, in modo che possiamo formare la seguente tavola di corrispondenza:

Numeri d' oro	*Epatte*
1	VIII
2	XIX
3	*
4	XI
5	XXII
6	III
7	XIV
8	XXV
9	VI
10	XVII
11	XXVIII
12	IX
13	XX
14	I
15	XII
16	XXIII
17	IV
18	XV
19	XXVI.

Da questa tavola è facile vedere che le epatte crescono da 11 in 11, cioè che la seconda XIX è eguale alla prima VIII + 11; che la terza * è eguale

Digitized by Google

alla seconda XIX+11 : che la quarta 11 è eguale alla terza *+11 , che la quinta XXII è eguale alla quarta 11+11 ; che la sesta III è eguale alla quinta XXII+11=XXXIII , dalla quale togliendo trenta rimane III , e così di seguito. Di più osservando che la prima epatta VIII è eguale ad 11—3, sarà la seconda XIX=11—3+11=2.11—3 ; sarà la la terza *=2.11—3+11=3.11—3 ; sarà la quarta XI=3.11—3+11=4.11—3 , e così per le altre ; ma i numeri 1., 2., 3, 4, ec. cioè i coefficienti di 11 sono i corrispondenti numeri d'oro : dunque se chiamiamo N il numero d'oro, ed E la corrispondente epatta, sarà E=11N—3. Ma siccome l'epatta non può essere maggiore di 30 (n.° 30), ne segue che se 11 N—3 , è una quantità maggiore di 30 , in tal caso l'epatta si ottiene togliendo da 11 N—3 tutti i 30 che contiene , ossia che sarà il residuo di 11 N—3 diviso per 30 ; in modo che la formola generale dell' epatta giuliana sarà espressa da

$$E = \left(\frac{11\,N-3}{30}\right)_r \ldots\ldots (27).$$

Supponiamo, per esempio, che si volesse l'epatta giuliana del 1450 : sarà per la formola (25)

$$N = \left(\frac{1450}{19}\right)_r + 1 = 6 + 1 = 7 ,$$

e posto questo valore nella formola trovata, si ricava

$$E = \left(\frac{11.7-3}{30}\right)_r = \left(\frac{77-3}{30}\right)_r = \left(\frac{74}{30}\right)_r = 14 ,$$

dunque l'epatta giuliana del 1450 fu 14. Ed in

fatti dalla tavola precedente si vede che il numero d' oro 7 corrisponde all' epatta 14.

33. Dall' equazione (27) si ricava

$$\left(\frac{11\,N-3-E}{30}\right)_r=0\ ,$$

e moltiplicando il numeratore per 19, si ottiene

$$\left(\frac{209N-57-19\,E}{30}\right)_r=0\ ,$$

ed accrescendo il numeratore di $30\,E+60-210\,N$, ch' è moltiplice di 30 e che perciò non fa variare il risultato, si avrà, dopo le riduzioni

$$\left(\frac{11\,E+3-N}{30}\right)_r=0\ ,$$

dalla quale evidentemente si ricava

$$N=\left(\frac{11\,E+3}{30}\right)_r\ .\ .\ .\ .\ (28)\ ,$$

che serve a farci trovare il numero d' oro quando è data l' epatta giuliana corrispondente.

Facendo in questa formola $E=14$, si ricava

$$N=\left(\frac{11.14+3}{30}\right)_r=\left(\frac{157}{30}\right)_r=7\ ;$$

cioè, all' epatta giuliana 14 corrisponde il numero d' oro 7; appunto come abbiamo avanti supposto.

Intanto è da avvertirsi che dovendo essere $N<20$, ne segue che se la formola (28) ci dà per risultato un numero maggiore di 19, è segno allora che a quella data epatta non corrisponde nessun numero d' oro.

Digitized by Google

Così se nella formola (28) facciamo E=24, ne risulterà N=27, il che è impossibile; dunque all'epatta data 24 non corrisponde nessun numero d'oro. Ed in fatti nel mese di gennaio del calendario gregoriano posto a pagina 65, l'epatta 24 sta a fianco del giorno 7 di gennaio; ed a questo stesso giorno nel calendario giuliano non corrisponde nessun numero d'oro.

Dell' epatta gregoriana.

34. Per occuparci ora dell' epatta gregoriana è necessario premettere che il ciclo lunare scoverto da Metone suppone che in ogni 19 anni i novilunî succedessero ne' medesimi giorni in cui successero quelli del periodo precedente, il che precisamente non avviene, dacchè l' anno civile comune essendo di 365 giorni e sei ore, in 19 anni si avrebbero 6939 giorni e 18 ore; ed essendo, siccome abbiamo accennato di sopra, il tempo di ogni lunazione di 29 giorni, 12 ore, 44′, 2″. 8, moltiplicando questo numero per 235, ch' è quello delle lunazioni contenute in 19 anni, si ottengono 6939 giorni, 16 ore, 30′, 58″, quantità che differisce dalla prima di circa un' ora e mezzo, e perciò alla fine di 19 anni i novilunî anticipano di un' ora e mezzo quelli del ciclo lunare. Questa differenza arriva ad un giorno in 312 $\frac{1}{2}$ anni, ed a due giorni in 625 anni, il che ha obbligati i riformatori del calendario a stabilire una correzione di tre giorni per una sol volta: e si avvidero di più, che per evitare una consimile correzione nel tempo futuro, era necessario di fissare una correzione periodica sul ciclo lunare,

Digitized by Google

la quale correzione periodica si chiama *equazione lunare*. Questa equazione è di 8 giorni in ogni 25 secoli, cioè di un giorno dopo ogni 3 secoli, per i primi 21 secoli, e di un altro giorno dopo i 4 secoli rimanenti.

35. La prima equazione lunare ebbe luogo nel 1800, e nello stesso 1800 deve considerarsi terminato il periodo de' 25 secoli, quantunque realmente non avesse avuto il suo effetto. Così l'equazione lunare del 1800 dovrà riguardarsi come l'ultima del precedente periodo, la quale dovette per conseguenza cominciare nel 1400. Ora nulla influisce a far variare la quantità dell'equazione lunare qualora in vece di considerare quella del 1800 come l'ultima del periodo precedente, noi la consideriamo come la prima del periodo de' 25 secoli, il quale si suppone cominciato nel 1400; poichè in tal modo in luogo di considerare le otto equazioni lunari di ciascun periodo come avvenute le prime sette dopo 3 secoli l'una, e l'ottava dopo i 4 secoli rimanenti; si verrà a supporre che di queste otto equazioni la prima avvenisse dopo 4 secoli, cioè nel 1800, cominciando dal 1400, e le sette rimanenti dopo 3 secoli per ciascuna, il che non altera punto la quantità dell'equazione lunare di qualunque secolo, che anzi riuscirà più facile a poterla calcolare.

Considerando dunque l'equazione lunare del 1800 come la prima del periodo cominciato nel 1400, e che dovrà terminare nel 3900, ne segue che di questo periodo la seconda equazione avrà luogo nel 2100, la terza nel 2400, la quarta nel 2700, la quinta nel 3000, la sesta nel 3300, la settima nel 3600, e l'ottava nel 3900. Dopo que-

Digitized by Google

stò tempo comincerà il secondo periodo de' 25 secoli, del quale la prima equazione lunare avrà luogo nel 4300, la seconda nel 4600, è così di seguito. Quindi è chiaro che se dà un secolo K togliamo 14, il resto K—14 indica i secoli scorsi dal 1400 fino al secolo dato K, la quale quantità K—14 divisa per 25, il quoziente $\frac{K-14}{25}$ dinota quanti periodi di 25 secoli si sono ripetuti in K—14 secoli; e siccome in ciascuno di questi periodi vi sono otto giorni di equazione lunare, perciò in $\frac{K-14}{25}$ periodi se ne comprenderanno $\frac{8K-112}{25}$; e poichè questo è il numero de' giorni dell'equazione lunare, perciò deve valutarsi il quoziente intero: si avrà dunque

$$\left(\frac{8K-112}{25}\right)_q \ldots\ldots (29),$$

che sarà la quantità dell' equazione lunare nel secolo K. Ora a questa quantità aggiunto 3, per i tre giorni tolti una sol volta, si avrà

$$3+\left(\frac{8K-112}{25}\right)_q,$$

che indicherà il numero de' giorni che i noviluni dovranno anticipare quelli fissati da' numeri d'oro, o dalle loro epatte giuliane corrispondenti.

36. Ma poichè l'anno 1582 fu accorciato di 10 giorni, e che fin da quell' epoca non tutti gli anni secolari sono bisestili, perciò questa diminuzione e de' 10 giorni e de' bisestili secolari omessi

Digitized by Google

dovrà ritardare i noviluni, e questo ritardo per un secolo K dev' essere non solo de' 10 giorni tolti nell'ottobre del 1582. ma di tanti altri giorni ancora per quanti sono i bisestili omessi dal 1582 fino al secolo K. Quindi è necessario di considerare la quantità di questa seconda correzione, la quale suole chiamarsi *equazione solare*, e che fu da noi trovata nel numero 5 essere di

$$10+(K-16)-\left(\frac{K-16}{4}\right)_q,$$

giorni, la quale espressione si riduce a $10+K-16-\left(\frac{K}{4}\right)_q+4$, ossia a $K-\left(\frac{K}{4}\right)_q-2$. E facendo $\left(\frac{K}{4}\right)_r=b'$, sarà $\frac{K-b'}{4}=\left(\frac{K}{4}\right)_q$, e perciò questa equazione solare diventa

$$K-\frac{K-b'}{4}-2=\frac{3K+b'-8}{4}.$$

Questa quantità rappresentando la somma de' 10 giorni e de' bisestili secolari omessi, essa dovrà essere sempre un numero intero, e come tale sarà il numeratore un moltiplice di 4; ma è facile osservare che in luogo di b' possiamo mettere 3, senza che variasse il quoziente intero. In fatti se $b'=1$, l' equazione solare diventa

$$\frac{3K+1-8}{4},$$

che sarà un numero intero, e se il numeratore di questa espressione si accresce di due, ossia se si fa $b'=3$ in vece di $b'=1$, il quoziente intero di

Digitized by Google

$$\left(\frac{3K+3-8}{4}\right)_q,$$

non sarà variato.

Similmente se $b'=2$, ovvero $b'=0$, le quantità

$$\frac{3K+2-8}{4}, \text{ o pure } \frac{3K+0-8}{4},$$

che debbono essere numeri interi, saranno le stesse che i quozienti interi della espressione

$$\left(\frac{3K+3-8}{4}\right)_q.$$

Dunque possiamo fare in ogni caso $b'=3$, e l' espressione

$$\frac{3K+b'-8}{4},$$

diventa, dopo la riduzione,

$$\left(\frac{3K-5}{4}\right)_q \ldots\ldots (30),$$

e questa sarà la quantità dell' equazione solare per un secolo K, e perciò di tanti giorni vengono a ritardarsi i novilunî, ossia a portarsi verso la fine del mese relativamente a quelli che si avrebbero senza la diminuzione de' 10 giorni, e de' bisestili secolari omessi.

37. Ma abbiamo veduto che i novilunî, a causa dell' equazione lunare, anticipano quelli corrispondenti alle epatte giuliane di un numero di giorni segnati da

$$3+\left(\frac{8K-112}{25}\right)_q,$$

Digitized by Google

dunque in virtù di queste due equazioni solare e lunare, i novilunî ritarderanno, relativamentete a quelli date dalle epatte giuliane, di tanti giorni quant' è la quantità $\left(\frac{3K-5}{4}\right)_q$, ed anticiperanno di tanti altri giorni quant' è la quantità $3+\left(\frac{8K-112}{25}\right)_q$, e siccome di queste due quantità la prima è maggiore della seconda, perciò i novilunî dovranno posticipare quelli dati da' numeri d' oro, o dalle epatte giuliane loro corrispondenti, della differenza di queste due quantità, ossia di tanti giorni quant' è la espressione

$$\left(\frac{3K-5}{4}\right)_q - 3 - \left(\frac{8K-112}{25}\right)_q .$$

E poichè i limiti delle epatte sono zero e 30, perciò questi giorni di ritardo potranno esprimersi con la formola

$$\left(\frac{\left(\frac{3K-5}{4}\right)_q - 3 - \left(\frac{8K-112}{25}\right)_q}{30}\right)_r \ldots (31).$$

Onde se dall'epatta giuliana trovata con la formola (27) togliamo questa quantità, il resto sarà l'epatta giuliana corretta, ossia l' epatta gregoriana cercata.

Togliendo dunque dall' epatta giuliana

$$\left(\frac{11N-3}{30}\right)_r ,$$

l' espressione (31), e chiamando E′ l'epatta gregoriana, si avrà, dopo la riduzione

Digitized by Google

$$E'=\left(\frac{11N-\left(\frac{3K-5}{4}\right)_q+\left(\frac{8K-112}{25}\right)_q}{30}\right)_r \ldots (32),$$

che ci darà l' epatta gregoriana cercata.

Esempio I.° Così volendo l' epatta gregoriana dell' anno corrente 1840, sarà

$$N=\left(\frac{1840}{19}\right)_r+1=17\,,\ \left(\frac{3K-5}{4}\right)_q=\left(\frac{54-5}{4}\right)_q=12,$$

$$\left(\frac{8K-112}{25}\right)_q=\left(\frac{144-112}{25}\right)_q=\left(\frac{32}{25}\right)_q=1$$, e perciò la formola (32) ci darà

$$E'=\left(\frac{187-12+1}{30}\right)_r=\left(\frac{176}{30}\right)_r=26\,;$$

dunque l' epatta gregoriana del 1840 è 26.

Esempio II.° Similmente volendo l'epatta gregoriana del 3465, si avrà $N=\left(\frac{3465}{19}\right)_r+1=8$,

$$\left(\frac{3K-5}{4}\right)_q=\left(\frac{102-5}{4}\right)_q=\left(\frac{97}{4}\right)_q=24\,;$$

$$\left(\frac{8K-112}{25}\right)_q=\left(\frac{272-112}{25}\right)_q=\left(\frac{160}{25}\right)_q=6.$$

Sostituendo questi valori nella formola (32), si otterrà

$$E'=\left(\frac{88-24+6}{30}\right)_r=\left(\frac{70}{30}\right)_r=10\,,$$

dunque l' epatta gregoriana del 3465 sarà 10.

È da notarsi che ogni volta che l' equazione

Digitized by Google

solare $\left(\frac{3K-5}{4}\right)_q$ è maggiore di $11N+\left(\frac{8K-112}{25}\right)_q$, la formola (32) ci darà l'epatta negativa, ed in tal caso dovrà prendersi il complemento a 30. In fatti l' epatta gregoriana altro non essendo che la giuliana corretta, ossia diminuita di una certa quantità, è chiaro che quando la sottrazione non potrà eseguirsi, si dovrà aumentare l' epatta giuliana di 30, o di un moltiplice di 30, il che si riduce a prendere dall' epatta gregoriana, considerata positiva, il complemento a 30. Per esempio, se si trovasse per l'epatta gregoriana il numero -17, in tal caso si considererà questo numero come positivo e se ne prenderà il complemento a 30, e si avrà 13 per l' epatta cercata.

38. Se per semplicizzare facciamo

$$M=\left(\frac{12+\left(\frac{3K-5}{4}\right)_q-\left(\frac{8K-112}{25}\right)_q}{30}\right)_r \ldots\ldots (33),$$

si ricava

$$\left(\frac{12+\left(\frac{3K-5}{4}\right)_q-\left(\frac{8K-112.}{25}\right)_q-M}{30}\right)_r=0,$$

ed aggiungendo questa espressione, ch' è zero, al secondo membro dell' equazione (32), e riducendo, si avrà

$$E'=\left(\frac{11N+12-M}{30}\right)_r \ldots\ldots (34).$$

Digitized by Google

Ciò posto dall' equazione (33) si rileva chiaramente non solo che M non potrà eccedere 29, ma di più che questo valore dipende da quello del secolo K. Quindi se nel secondo membro dell' equazione (34) mettiamo in luogo di N successivamente tutti i suoi possibili valori 1, 2, 3, 3 ..... 19, e che in seguito in ogni risultato mettiamo in vece di M successivamente 0, 1, 2, 3, 4 ..... 29, avremo tutte le possibili epatte gregoriane appartenenti a qualunque anno, e corrispondenti a' relativi numeri d' oro. Onde se questi diversi valori così ottenuti per le epatte, si registrassero in un quadro, mettendo in una stessa linea quelli che derivano dagli stessi valori di M, si avrebbe una tavola perpetua delle epatte gregoriane di qualunque anno appartenente a qualunque secolo. È in tal modo che si è formata la seguente *tavola spasa delle epatte gregoriane.*

TAVOLA SPASA DELLE

Valori di M.	Lettere indici.	NUMERI								
		3	4	5	6	7	8	9	10	11
		EPATTE.								
15	P	*	XI	XXII	III	XIV	XXV	VI	XVII	XXVIII
16	N	XXIX	X	XXI	II	XIII	XXIV	V	XVI	XXVII
17	M	XXVIII	IX	XX	I	XII	XXIII	IV	XV	XXVI
18	H	XXVII	VIII	XIX	*	XI	XXII	III	XIV	XXV
19	G	XXVI	VII	XVIII	XXIX	X	XXI	II	XIII	XXIV
20	F	XXV	VI	XVII	XXVIII	IX	XX	I	XII	XXIII
21	E	XXIV	V	XVI	XXVII	VIII	XIX	*	XI	XXII
22	D	XXIII	IV	XV	XXVI	VII	XVIII	XXIX	X	XXI
23	C	XXII	III	XIV	XXV	VI	XVII	XXVIII	IX	XX
24	B	XXI	II	XIII	XXIV	V	XVI	XXVII	VIII	XIX
25	A	XX	I	XII	XXIII	IV	XV	XXVI	VII	XVIII
26	u	XIX	*	XI	XXII	III	XIV	XXV	VI	XVII
27	t	XVIII	XXIX	X	XXI	II	XIII	XXIV	V	XVI
28	s	XVII	XXVIII	IX	XX	I	XII	XXIII	IV	XV
29	r	XVI	XXVII	VIII	XIX	*	XI	XXII	III	XIV
0	q	XV	XXVI	VII	XVIII	XXIX	X	XXI	II	XIII
1	p	XIV	XXV	VI	XVII	XXVIII	IX	XX	I	XII
2	n	XIII	XXIV	V	XVI	XXVII	VIII	XIX	*	XI
3	m	XII	XXIII	IV	XV	XXVI	VII	XVIII	XXIX	X
4	l	XI	XXII	III	XIV	XXV	VI	XVII	XXVIII	IX
5	k	X	XXI	II	XIII	XXIV	V	XVI	XXVII	VIII
6	i	IX	XX	I	XII	XXIII	IV	XV	XXVI	VII
7	h	VIII	XIX	*	XI	XXII	III	XIV	XXV	VI
8	g	VII	XVIII	XXIX	X	XXI	II	XIII	XXIV	V
9	f	VI	XVII	XXVIII	IX	XX	I	XII	XXIII	IV
10	e	V	XVI	XXVII	VIII	XIX	*	XI	XXII	III
11	d	IV	XV	XXVI	VII	XVIII	XXIX	X	XXI	II
12	c	III	XIV	XXV	VI	XVII	XXVIII	IX	XX	I
13	b	II	XIII	XXIV	V	XVI	XXVII	VIII	XIX	*
14	a	I	XII	XXIII	IV	XV	XXVI	VII	XVIII	XXIX

Digitized by Google

EPATTE GREGORIANE.

D' O R O.

12	13	14	15	16	17	18	19	1	2
EPATTE.									
IX VIII VII	XX XIX XVIII	I * XXIX	XII XI X	XXIII XXII XXI	IV III II	XV XIV XIII	XXVI 25 XXIV	VIII VII VI	XIX XVIII XVII
VI V IV	XVII XVI XV	XXVIII XXVII XXVI	IX VIII VII	XX XIX XVIII	I * XXIX	XII XI X	XXIII XXII XXI	V IV III	XVI XV XIV
III II I	XIV XIII XII	25 XXIV XXIII	VI V IV	XVII XVI XV	XXVIII XXVII XXVI	IX VIII VII	XX XIX XVIII	II I *	XIII XII XI
* XXIX XXVIII	XI X IX	XXII XXI XX	III II I	XIV XIII XII	25 XXIV XXIII	VI V IV	XVII XVI XV	XXIX XXVIII XXVII	X IX VIII
XXVII XXVI 25	VIII VII VI	XIX XVIII XVII	* XXIX XXVIII	XI X IX	XXII XXI XX	III II I	XIV XIII XII	XXVI XXV XXIV	VII VI V
XXIV XXIII XXII	V IV III	XVI XV XIV	XXVII XXVI 25	VIII VII VI	XIX XVIII XVII	* XXIX XXVIII	XI X IX	XXIII XXII XXI	IV III II
XXI XX XIX	II I *	XIII XII XI	XXIV XXIII XXII	V IV III	XVI XV XIV	XXVII XXVI 25	VIII VII VI	XX XIX XVIII	I * XXIX
XVIII XVII XVI	XXIX XXVIII XXVII	X IX VIII	XXI XX XIX	II I *	XIII XII XI	XXIV XXIII XXII	V IV III	XVII XVI XV	XXVIII XXVII XXVI
XV XIV XIII	XXVI 25 XXIV	VII VI V	XVIII XVII XVI	XXIX XXVIII XXVII	X IX VIII	XXI XX XIX	II I *	XIV XIII XII	XXV XXIV XXIII
XII XI X	XXIII XXII XXI	IV III II	XV XIV XIII	XXVI 25 XXIV	VII VI V	XVIII XVII XVI	XXIX XXVIII XXVII	XI X IX	XXII XXI XX

Digitized by Google

Questa tavola si costuma di farla cominciare dalla seconda colonna verticale a sinistra, che contiene alcune lettere dell' alfabeto chiamate *lettere indici de' secoli*, e servono a far conoscere la linea delle epatte appartenente al secolo dato; ma noi l'abbiamo fatta cominciare dalla colonna de' valori di M, i quali non solamente servono a far trovare la linea delle epatte de' diversi secoli, e che perciò rendono inutili le lettere indici, ma servono ancora a farci determinare analiticamente e con facilità la Pasqua di un anno dato, come vedremo in seguito (*a*).

(*a*) L' effetto dell' equazione solare è di ritardare i novilunî, e per conseguenza anche i plenilunî; mentre quello dell' equazione lunare è di anticiparli. Ora siccome le epatte di ciascuna linea della tavola spasa sono di una unità minore di quelle della linea superiore, ne segue che quando in un dato secolo ha luogo la sola equazione solare, allora nella tavola spasa delle epatte si dovrà discendere di una linea, affinchè i novilunî ritardassero di un giorno; e quando nel secolo dato ha luogo la sola equazione lunare, si dovrà di una linea salire, affinchè i novilunî anticipassero di un giorno. Per conseguenza se nel secolo dato hanno luogo entrambe queste due equazioni, allora non si dovrà nè discendere, nè salire; e la linea delle epatte del secolo dato è quella stessa del secolo precedente. Così nel 2000 avrà luogo la linea B, che ha per epatta XXI corrispondente al numero d' oro 3; e siccome nel 2100 avranno entrambe luogo le due equazioni solare e lunare, perciò la linea delle epatte del 2100 sarà quella stessa del 2000. Nel 2200 avendo luogo la sola equazione solare, si dovrà discendere di una linea, e perciò si farà uso della linea A che ha l' epatta XX, corrispondente al numero d' oro 3. Nel 2300 avrà luogo la sola equazione solare, e perciò si dovrà discendere alla linea u che ha per epatta XIX; ma nel 2400 avendo luogo la sola equazione lunare, si dovrà per conseguenza dalla linea u risalire alla linea superiore A, che appartiene al secolo precedente al dato.

Ciò posto, la formola (30) ci dà l' equazione solare del

Digitized by Google

39. Ecco come si fa uso di questa tavola per trovare l'epatta di un anno dato. Sia da trovarsi l'epatta dell'anno corrente 1840, che ha per numero d'oro 17. Nella formola (33) si farà K=18, e si avrà M=23, e perciò per tutto il secolo corrente si farà uso della linea 23 delle epatte; onde una volta che si è calcolato questo valore, esso varrà per tutto il corso del secolo.

---

secolo K, e se mettiamo K+100 in luogo di K, il risultato $\left(\frac{3K+300-5}{4}\right)_q$ sarà la quantità dell'equazione solare del secolo K+100; e togliendo da questo risultato la formola (30), il resto $\left(\frac{300}{4}\right)_q$, ossia 75, sarà il numero delle equazioni solari che hanno luogo in 100 secoli. Similmente operando sulla formola (29), si avranno 32 equazioni lunari nello stesso intervallo di 100 secoli. Dunque avremo che in 100 secoli vi saranno 75 equazioni solari e 32 lunari, e siccome 75 è maggiore di 32, perciò l'effetto delle prime equazioni nel ritardare i noviluni è maggiore di quello delle seconde nell'anticiparli.

Ora è da avvertire, che nel calendario perpetuo essendo notate insieme le epatte XXV e XXIV ne' giorni 5 febbraio, 5 aprile, 3 giugno, ec., ne segue che quando la posticipazione de' noviluni, cagionata dall'eccesso dell'equazione solare sulla lunare, arriva a 28 ovvero 29 giorni, allora accadrà che discendendo successivamente di 28 o di 29 linee, cominciando dalla linea C che servì nel 1700, si arriverà alla linea F ed alla linea E, che hanno per epatte XXV, e XXIV corrispondenti al numero d'oro 3, le quali epatte essendo notate insieme a' 5 febbraio, impediranno nel calendario la dovuta 29.ma posticipazione del novilunio, e perciò il cambiamento che si fa nel lasciare la linea F con l'epatte XXV, per prendere nel secolo seguente la linea E con l'epatta XXIV, non producendo nel calendario a' 9 febbraio nessuna variazione, per trovarsi insieme notate queste due epatte, produrrà un

Digitized by Google

Di più nella linea de' numeri d'oro si troverà 17, ch' è quello del 1840, e discendendo verticalmente fino alla linea 23, l'epatta XXVI, che si trova segnata, sarà quella dell' anno 1840.

Similmente volendo l'epatta del 3882, si calcolerà con la formola (33) il valore di M, e si troverà M=2. Indi si calcolerà il numero d'oro con la formola (25), ovvero si troverà con l'aiuto della tavola del numero 29, e si troverà essere 7. Onde nella colonna che ha in testa il numero d' oro 7 si discenderà

---

errore di anticipazione di un giorno ne' novilunî. Per conseguenza, ad oggetto di correggere questo errore di anticipazione, si dovrà prendere la linea D con l'epatta XXIII in luogo della linea E con l'epatta XXIV, e così le epatte daranno gli esatti novilunî fino all' anno 22199, dopo il quale avrà luogo lo stesso errore, per la stessa indicata ragione; allora per conseguenza dovrà farsi la medesima correzione.

Questo inconveniente, al quale il Lilio non avvertì quando formò la tavola spasa delle epatte, avrà luogo per la prima volta nell' anno 8200, ed esso si ripetirà in ogni 140 secoli.

Risulta da quando precede, che le formole (32) e (33) saranno esatte fino a tutto l' anno 8199, ma che dopo hanno bisogno di una piccola correzione, e questa si ottiene con diminuire il numeratore della prima, e con accrescere quella della seconda di una unità in ogni 140 secoli, cominciando dall' anno 8200 inclusivo. Ecco intanto le formole generali di E' e di M con le rispettive correzioni

$$E' = \left(\frac{11N - \left(\frac{3K-5}{4}\right)_q + \left(\frac{8K-112}{28}\right)_q - \left(\frac{K+58}{140}\right)_q}{30} \right)_r ,$$

$$M = \left(\frac{12 + \left(\frac{3K-5}{4}\right)_q - \left(\frac{8K-112}{25}\right)_q + \left(\frac{K+58}{140}\right)_q}{30} \right)_r .$$

Digitized by Google

fino alla linea 2, ch'è il valore di M, e si troverà l'epatta XXVII, e questa sarà quella del 3882.

40. Faremo qui un'osservazione che ci sarà utile in seguito. Se nell' equazione (32) facciamo K=0, la formola diventa

$$E=\left(\frac{11\ N-\left(\frac{-5}{4}\right)_q+\left(\frac{-112}{25}\right)_q}{30}\right)_r,$$

cioè a dire

$$E=\left(\frac{11\ N+1-4}{30}\right)_r=\left(\frac{11\ N-3}{30}\right)_r;$$

la quale è precisamente quella (27) dell' epatta giuliana trovata al numero 32.

Dunque per passare dalla formola dell' epatta gregoriana a quella dell' epatta giuliana, basta fare nell' espressione della prima K=0.

Del pari se nella formola (17), che ci dà la lettera domenicale gregoriana, facciamo $b'=1$, e $c'=0$, si ricaverà

$$L=\left(\frac{3+2b+4c}{7}\right)_r,$$

la quale è precisamente la formola (13) della lettera domenicale giuliana. Dunque per passare dalla formola della lettera domenicale gregoriana a quella della lettera domenicale giuliana, basta fare nella prima $b'=1$, e $c'=0$.

Digitized by Google

CAPITOLO IV.

DEL CALCOLO DELLA PASQUA.

41. Da' Padri del Concilio di Nicea tenuto nell'anno 325 dell'era cristiana, fu stabilito di doversi celebrare la Pasqua di Resurrezione nella domenica seguente alla XIV luna del 1.° mese (a), che presso gli Ebrei era quello la XIV luna del quale o cade precisamente nel giorno dell' equinozio di primavera a' 21 di marzo, o che lo segue più da vici-

(a) Le principali e sode ragioni di non celebrare la Pasqua nella XIV luna del primo mese, ma bensì nella domenica seguente, sono riferite da Eusebio nel libr. 3 dell'*Ist. eccles.* cap. 23, dal B. Ambrogio nella lettera a' Vescovi dell' Emilia, e dal V. Beda nel lib. *De temp. rat.* cap. 57. Ed affinchè siano maggiormente note, ecco un passo di Clavio, dove s' include ancora quello di Beda. *Venerabilis etiam Beda libro de temporum ratione cap.* 57 *de eadem re ita scribit*. Convenit itaque diligenter advertere, ut quoties XIV luna in dominicum incurrit diem, in sequentem septimanam paschalem diem potius differemus, duplici hoc modo. Primum quidem, ne in XIII luna inventa in sabbati die solvamus jejunium, quod consequens non est, quod nec ipsa lex praecepit: deinde ne dominica die luna XIV constituta jejunare cogamur, indecentem rem, illicitamque facientes. Hoc enim manichaeorum sectae consuetudo possedit, ec. Soggiunge poscia il Clavio *Deinde ne unquam cum judaeis Pascha celebramus, aut cum quartadecimanis haereticis congruamus, qui legem mosaicam cum evangelio observandam esse docebant*. Clavio, p. 55 ediz. di Roma del 1603.

Digitized by Google

no. Da ciò ne viene per conseguenza che la Pasqua non potrà celebrarsi nè prima de' 22 di marzo, nè più tardi de' 25 di aprile. Ed infatti, se la XIV luna cade precisamente a' 21 di marzo, in giorno di sabato, in tal caso il giorno appresso, cioè a' 22 sarà la domenica pasquale, ed è questo il limite più basso. Se poi la XIV luna cade a' 20 di marzo, essendo questo giorno prima dell'equinozio, essa non apparterrà al primo mese, ma bensì all' ultimo, ed in tal caso la XIV luna del primo mese cadrà a' 18 aprile, e la Pasqua dovrà celebrarsi la domenica che segue. Onde se il 18 aprile cadrà di domenica, allora bisognerà attendere l' altra domenica appresso, la quale cadrà a' 25 aprile, e questo è il limite più alto della Pasqua.

Ora ad oggetto di rendere più facile la ricerca della Pasqua, pongiamo qui il mese di marzo ed una porzione di aprile del calendario perpetuo, affinchè data l' epatta e la lettera domenicale, si possa sull' istante trovare il giorno della Pasqua.

Marzo.

Gior.	Let.Dom.	Epatte.
8	.....	XXIII
9	.....	XXII
10	.....	XXI
11	.....	XX
12	.....	XIX
13	.....	XVIII
14	.....	XVII
15	.....	XVI
16	.....	XV
17	.....	XIV
18	.....	XIII
19	.....	XII
20	.....	XI
21	.....	X
22	D	IX
23	E	VIII
24	F	VII
25	G	VI
26	A	V
27	B	IV
28	C	III
29	D	II
30	E	I
31	F	*

Aprile.

Gior.	Let.Dom.	Epatte.
1	G	XXIX
2	A	XXVIII
3	B	XXVII
4	C	25 , XXVI
5	D	XXV , XXIV
6	E	
7	F	
8	G	
9	A	
10	B	
11	C	
12	D	
13	E	
14	F	
15	G	
16	A	
17	B	
18	C	
19	D	
20	E	
21	F	
22	G	
23	A	
24	B	
25	C	

Abbiamo tralasciato i primi sette giorni di marzo , dacchè la XIV luna del 1.° mese , non potendo cadere prima de' 21 marzo , non potrà

Digitized by Google

perciò il corrispondente novilunio venir prima degli otto dello stesso mese (*a*).

Del pari, non potendo il novilunio pasquale venir più tardi de' 18 aprile, non potrà il suo novilunio venir più tardi de' 5 dello stesso mese, ed è perciò che fino a questo giorno abbiamo segnate le corrispondenti epatte.

Ciò posto, supponiamo che si volesse trovare il giorno in cui debba celebrarsi la Pasqua gregoriana dell'anno corrente 1840. Calcolando con la formola (32) l'epatta, si trova essere XXVI; indi colla formola (17), o con l'altra (24) si calcolerà la lettera domenicale, e si troverà essere D. In seguito trovando in questa tavola il giorno al quale corrisponde l'epatta XXVI, si troverà essere il 4 aprile che sarà il giorno del novilunio pasquale, ed aggiungendo 13 altri giorni, si ha il 17 per quello della XIV luna pasquale, al quale corrisponde la lettera domenicale B. In fine discendendo fino alla lettera domenicale del 1840, cioè fino a D, si trova che essa corrisponde a' 19; dunque la Pasqua gregoriana del 1840 cadrà a' 19 aprile.

Lo stesso metodo si praticherà per trovare la Pasqua del calendario giuliano. Per esempio, volendo la Pasqua giuliana del medesimo anno 1840, si determinerà con la formola (27) l'epatta, e con la formola (13), ovvero con l'altra (16) si determinerà la lettera domenicale, e si troverà essere l'epatta IV, e la lettera domenicale F. Indi si troverà in questa tavola il giorno al quale corrisponde l'e-

(*a*) Il dottor Gauss ed il signor Delambre chiamano plenilunio pasquale la XIV luna del primo mese, alla maniera de' Greci, ma contro l'uso de' più gravi latini scrittori del Calendario.

Digitized by Google

patta IV e si trova essere il 27 marzo: al quale aggiunto 13, onde avere quello della XIV luna pasquale, si avrà il 9 aprile, e discendendo fino alla lettera domenicale F, si arriverà a' 14 aprile, e perciò la Pasqua giuliana del 1840 cadrà a' 14 aprile.

Similmente si trova che la Pasqua gregoriana del 3463 cadrà a' 29 marzo; e la Pasqua giuliana dello stesso anno a' 16 aprile.

42. Non tralascio di notare che può farsi a meno della qui annessa tavola, ossia porzione di calendario perpetuo, osservando che tutte le epatte maggiori di 23 appartengono al mese di aprile, e le altre da 23 e * appartengono al mese di marzo. In fatti riflettendo sulla disposizione delle epatte, si vede facilmente che quando appartengono al mese di marzo, esse sono i complementi a 31, rispetto a' giorni a' quali corrispondono, e quando appartengono al mese di aprile sono i complementi a 30; cioè a dire che un' epatta qualunque ed il giorno a cui essa corrisponde fanno sempre 31 nel mese di marzo, e 30 nel mese di aprile. Quindi avendo detto di sopra che il novilunio pasquale non può venire prima degli otto di marzo, ed il complemento di 8 a 31 essendo 23, ne segue che quando l' epatta è maggiore di 23, essa non potrà appartenere al mese di marzo, ma bensì a quello di aprile, e perciò tutte le epatte minori di 24 appartengono a marzo, e le maggiori di 23 appartengono al mese di aprile.

La sola eccezione accade nell'epatta XXIV, che si trova segnata insieme con l' altra XXV a fianco a' 5 aprile. Questa epatta XXIV non è il complemento a 30, rispetto al giorno 5 aprile, ma bensì il complemento a 29.

Digitized by Google

Tutta la difficoltà dunque consiste nel ricordarsi che a' 5 aprile corrispondono le due epatte XXV e XXIV, e che a' 4 dello stesso mese l'epatta XXVI sta unita all' altra 25 di diverso carattere, la quale dovrà usarsi quando il numero d' oro N è maggiore di 11.

43. Dunque per supplire a memoria a questa tavola si prenderà dall' epatta data il complimento a 31, ovvero a 30, secondochè appartiene a marzo, o pure ad aprile, il quale complemento indicherà il giorno del novilunio pasquale, e se questo si accrescerà di 13 giorni, la somma indicherà il giorno della XIV luna pasquale. Indi si troverà il numero de' giorni compresi dal primo di gennaio fino a quello della XIV luna pasquale inclusivo, e da questo numero si toglierà quello della lettera domenicale, onde far cominciare il la settimana di lunedì: la differenza si dividerà per 7., ed il resto darà il giorno della settimana nel quale cade la XIV luna pasquale; onde la domenica prossima seguente sarà la Pasqua cercata.

Così volendo trovare la Pasqua gregoriana del 1840, che ha per epatta XXVI e per lettera domenicale D, si prenderà dall'epatta XXVI il complemento a 30, perchè essendo maggiore di 23 appartiene al mese di aprile; il quale complemento 4 indica che il novilunio pasquale cade a' 4 aprile. Aggiunto a 4 altri 13 giorni, si ha il 17 per quello della XIV luna pasquale. Indi si dica dal 1.° gennaio inclusivo fino a' 17 aprile anche inclusivo vi sono $31+28+31+17=107$ giorni; da' quali tolto il numero 4 della lettera domenicale, restano 103 che divisi per 7 danno per residuo 5, al quale corrisponde il giorno della settimana venerdì, e perciò il 17 aprile del 1840 ca-

Digitized by Google

de di venerdì, onde la domenica seguente, cioè la Pasqua, verrà a' 19, appunto come abbiamo qui sopra trovato.

Similmente volendo trovare in che giorno cade la Pasqua giuliana dello stesso anno 1840, per lo quale l'epatta è IV, e la lettera domenicale è F; si dirà, da 31 tolto 4 restano 27, che accresciuti di 13 fanno 40: dunque a' 40 di marzo, ossia a' 9 aprile, cade la XIV luna pasquale giuliana. Di più dal 1.° gennaio inclusivo fino a' 9 aprile inclusivo vi sono 99 giorni, da' quali toltine 6 per la lettera domenicale, restano 93, che divisi per 7, danno per residuo 2; dunque il 9 aprile verrà (secondo il vecchio stile) di martedì, e perciò la domenica seguente verrà a' 14. Onde la Pasqua giuliana dell'anno 1840 cadrà a' 14 aprile, precisamente come abbiamo qui sopra trovato.

44. È da notarsi però, che se il calcolo desse la Pasqua a' 25 aprile, e che fosse N>11, si dovrà prendere il 18, perchè allora si fa uso dell'epatta 25 di diverso carattere, siccome abbiamo di sopra accennato. Questo caso però non avrà mai luogo nel calendario giuliano.

Se poi il calcolo desse la Pasqua a' 26 aprile, (il che non potrà aver luogo prima dell'anno 1981, come in seguito dimostreremo) si prenderà in vece il 19. Questo caso, che ha luogo solamente nel calendario gregoriano, succede ogni volta che l'epatta è XXIV, e la lettera domenicale è D. In fatti nella porzione del calendario perpetuo esposta qui avanti, l'epatta XXIV sta unita all'altra XXV a fianco a' 5 aprile, e siccome per avere il giorno del novilunio pasquale deve prendersi il complemento a 30, perciò essendo l'epatta XXIV, il com-

Digitized by Google

plemento darebbe il giorno 6 aprile, invece de'5, vero giorno del novilunio. Ora a' 6 aprile aggiunto 13, si ha il 19 pel giorno della XIV luna pasquale, al quale corrispondendo la lettera domenicale D, essa cadrà di domenica, e perciò la Pasqua dovendo essere la domenica seguente, essa cadrà a' 26 di aprile, il che è assurdo (num.° 41.).

Ma se in vece di prendere il 6 di aprile pel giorno del novilunio si prendesse il 5, come realmente verrebbe se dall'epatta XXIV si prendesse il complemento a 29 e non già a 30, secondo abbiamo detto nel numero 42: se dunque si prendesse il 5 aprile pel giorno del novilunio, in tal caso la XIV luna cadrà a' 18, al quale corrispondendo la lettera domenicale C, esso cadrà di sabato, e perciò il giorno appresso, cioè il 19, essendo domenica sarà il vero giorno della Pasqua.

45. Intanto per avere una formola generale che possa servire a calcolare il giorno della Pasqua per ambi i calendarî, distingueremo da principio due casi, quando cioè l'epatta è minore di 24, e quando è maggiore di 23, ossia quando appartiene a marzo, e quando ad aprile.

Nel 1.° caso, sia E l'epatta data: questa sottratta da 31, dà per resto 31—E, ed aggiunti 13 giorni si avrà il 44—E di marzo pel giorno della XIV luna pasquale, e se questo giorno verrà di sabato, la domenica seguente, cioè il 45—E di marzo, sarà la Pasqua. Ma se il 44—E di marzo non cade di sabato, in tal caso la Pasqua verrà dopo il 45—E. Supponiamo che vi bisognassero altri e giorni, e cerchiamo di determinare il valore di questa incognita e, la quale sarà zero, quando la Pasqua cade il 45—E di marzo. A tale oggetto a' 45—E+e di marzo aggiungiamo 31 gior-

Digitized by Google

ni per gennaio e 28 per febbraio (non considerando se l'anno sia o no bisestile); si avrà in tutto $104-E+e$, dalla quale somma tolto il numero L della lettera domenicale, per far cominciare la settimana di lunedì, restano $104-E+e-L$ giorni, che dovendo formare un numero intero di settimane, essi saranno divisibili esattamente per 7, e perciò dovrà essere

$$\left(\frac{104-E+e-L}{7}\right)_r=0,$$

e togliendo il numeratore di questa espressione da 105, ch'è moltiplice di 7, il risultato non varia, e si avrà

$$\left(\frac{105-104+E-e+L}{7}\right)_r=0,$$

ossia

$$\left(\frac{1+E+L-e}{7}\right)_r=0,$$

e perciò dovrà essere

$$e=\left(\frac{1+E+L}{7}\right)_r \quad . \; . \; . \; . \; (35).$$

Onde aggiungendo questo valore alla quantità $45-E$, si avrà

$$\text{Pasqua} = 45 - E + e \text{ marzo } (36),$$

Esempio I. Volendo conoscere in che giorno dovrà celebrarsi la Pasqua gregoriana del 1841 per lo quale si ha $E'=VII$, ed $L'=3=C$; si avrà dalla formola (35)

$$e=\left(\frac{1+7+3}{7}\right)_r=4,$$

Digitized by Google

e perciò la formola (36) ci darà

$$\text{Pasqua}=45-7+4=42 \text{ di marzo},$$

dunque la Pasqua del 1841 cadrà a' 42 di marzo, ossia agli 11 aprile.

Esempio II. Del pari volendo trovare in che giorno verrà la Pasqua giuliana del 1840, sapendo che E=IV, ed L=F, si avrà

$$e=\left(\frac{1+4+6}{7}\right)_r=4,$$

$$\text{Pasqua}=45-4+4=45 \text{ marzo}=14 \text{ aprile},$$

appunto come abbiamo qui sopra trovato.

Esempio III. In fine per conoscere in che giorno verrà la Pasqua gregoriana del 4200; si calcolerà l' epatta e si troverà essere * ; si calcolerà ancora la lettera domenicale, e si avrà E. Con questi dati avremo

$$e=\left(\frac{1+0+5}{7}\right)_r=6,$$

$$\text{Pasqua}=45-0+6=51 \text{ marzo}=20 \text{ aprile}.$$

46. Quando poi l' epatta è maggiore di 23, essa appartiene al mese di aprile, e pe ciò togliendola da 30 resterà 30—E, che indicherà il giorno dal novilunio pasquale, ed aggiungendo 13, la somma 43—E dinoterà quello della XIV luna. Ora se tal giorno cadrà di sabato, il giorno appresso, cioè il 44—E di aprile, sarà la domenica di Pasqua; ma se il 43—E non verrà di sabato, allora la Pasqua verrà più tardi de'44—E di aprile. Onde supporremo che venisse *e* giorni più tardi, ossia che la Pasqua cadesse il 44—E+*e* di aprile, ovvero, il che vale lo stesso, il 75—E+*e* di mar-

Digitized by Google

20. Resta dunque a determinare la quantità incognita e, che sarà zero quando la Pasqua cade precisamente a' 44—E di aprile. A tale oggetto all' espressione 75—E+e di marzo aggiungiamo 31 giorni per gennaio, e 28 per febbraio; ne risulterà che la Pasqua verrà il giorno 134—E+e dell'anno. Quindi se da questa quantità togliamo il numero L della lettera domenicale, per far cominciare la settimana di lunedì, il resto 134—E+e—L dovrà fare un numero intero di settimane, e perciò sarà esattamente divisibile per 7, cioè che si avrà

$$\left(\frac{134-E+e-L}{7}\right)_r=0.$$

Se questa quantità la togliamo da 140, ch' è moltiplice di 7, il resto non varia, e si avrà

$$\left(\frac{140-134+E-e+L}{7}\right)_r=0,$$

ossia

$$\left(\frac{6+E+L-e}{7}\right)_r=0,$$

dalla quale si ricava

$$e=\left(\frac{6+E+L}{7}\right)_r \ldots (37).$$

Essendosi così determinata la quantità e, la Pasqua verrà data dall' equazione

$$\text{Pasqua}=75-E+e \text{ di marzo} \ldots (38).$$

Esempio I. Così volendo la Pasqua gregoria-

Digitized by Google

na del 1840, sapendo che l'epatta $E'=XXVI$, e che la lettera domenicale $L'=D=4$, si avrà

$$e=\left(\frac{6+26+4}{7}\right)_r=\left(\frac{36}{7}\right)_r=1\,,$$

e perciò sarà

Pasqua$=75-16+1=50$ di marzo$=19$ di aprile,

precisamente come abbiamo qui sopra trovato.

Esempio II. Del pari volendo la Pasqua giuliana dell' anno 2439, per lo quale $E=XXV$, ed $L=G$, avremo

$$e=\left(\frac{6+25+7}{7}\right)_r=3\,,$$

e perciò

Pasqua$=75-25+3=53$ di marzo$=22$ aprile.

Esempio III. Supponiamo in fine che voglia determinarsi la Pasqua gregoriana del 1886, sapendo che $E'=XXV$, ed $L'=C$; si avrà

$$e=\left(\frac{6+25+3}{7}\right)_r=6\,,$$

Pasqua$=75-25+6=56$ di marzo$=25$ aprile.

47. È da notarsi, che la formola (38) si riduce all' altra (36), quando si mette $30+E$ in luogo E. In fatti se nella formola (38) mettiamo $30+E$ in luogo di E, essa diventa

Pasqua$=45-E+e$ di marzo,

ch' è precisamente la formola (36).

Similmente mettendo nella formola (37) $30+E$ in luogo di E, essa si riduce ad

Digitized by Google

$$e=\left(\frac{6+30+E+L}{7}\right)_r=\left(\frac{36+E+L}{7}\right)_r,$$

e togliendo dal numeratore il numero 35, perchè moltiplice di 7, resterà

$$e=\left(\frac{1+E+L}{7}\right)_r,$$

ch'è precisamente la formola (35). Dunque in vece delle due formole (35) e (36) possiamo usare le altre (37) e (38), ancorchè l'epatta sia minore di 24, purchè però in tal caso l'epatta data si accresca di 30, ossia che in luogo di E si metta 30+E (*a*). Da ciò risulta che l'epatta zero posta nelle formole (35) e (36) darà lo stesso risultato che l'epatta 30 posta nelle altre due formole (37) e (38), e perciò quando l'epatta di un anno dato è *, questa può impiegarsi come zero nelle prime due formole, o come 30 nelle due seconde, ed il risultato sarà sempre lo stesso.

48. È da notarsi ancora che quando il calcolo darà la Pasqua a' 25 aprile, se il numero d'oro è maggiore di 11, si prenderà in vece il 18, perchè allora si fa uso dell'epatta 25 di diverso carattere; e se il calcolo darà la Pasqua a' 26 apri-

---

(*a*) Quindi se nell'equazione (38) mettiamo in luogo di e il suo valore dato dall'equazione (37), avremo

$$\text{Pasqua}=75-E+\left(\frac{6+E+L}{7}\right)_r \text{ di marzo},$$

e questa formola varrà per ambi i casi, avvertendo però che quando si avrà E minore di 24, si dovrà aumentare E di 30, cioè si dovrà mettere 30+E in luogo di E.

Digitized by Google

le si dovrà prendere il 19, per la ragione esposta al numero 44. Così, per esempio, volendo trovare il giorno in cui debba celebrarsi la Pasqua gregoriana dell'anno 1954, per lo quale l' epatta è XXV e la lettera domenicale C, si avrà dalla formola (37)

$$e=\left(\frac{6+25+3}{7}\right)_r=6\,,$$

e la formola (38) ci darà

Pasqua=75—25+6=56 di marzo=25 di aprile.

Ma siccome il numero d' oro dell' anno dato 1954 è 17, e quindi maggiore di 11, ne segue che in vece del 25 dobbiamo prendere il 18, e perciò si dirà che la Pasqua gregoriana del 1954 cadrà a' 18 aprile.

Supponiamo ora che si volesse trovare la Pasqua del 1981, che ha per epatta XXIV, e per lettera domenicale D; si avrà dalle formole (37) e (38)

$$e=\left(\frac{6+24+4}{7}\right)_r=6\,,$$

Pasqua=75—24+6=57 di marzo=26 di aprile; il che è impossibile (num. 41); dunque in tal caso si prenderà il 19, e perciò si dirà che la Pasqua gregoriana del 1981 cadrà a' 19 aprile.

49. Per trovare la formola (36) e (38), che ci danno il giorno della Pasqua, abbiamo distinti due casi, l' uno cioè quando l' epatta è minore di 24, e l' altro quando è maggiore di 23; ma possiamo trovare una formola che potrà servire per ambidue questi casi, ed ecco in qual modo.

Abbiamo veduto al numero 42 che quando l' epatta è minore di 24 essa appartiene al mese di

Digitized by Google

marzo, e corrisponde al giorno del novilunio pasquale $31-E$, e che la Pasqua verrà a' $45-E+e$ di marzo. Ora la quantità $45-E+e$ può scriversi così $22+23-E+e$, ed essendo $23-E$ sempre positiva e minore di 30, per aver supposto $E<24$, sarà perciò

$$23-E=\left(\frac{23-E}{30}\right)_r,$$

ed aggiungendo 30 al numeratore del secondo membro, il risultato non varia, e si avrà

$$23-E=\left(\frac{28+30-E}{30}\right)_r,$$

e facendo $30-E=m$, e sostituendo, verrà

$$23-E=\left(\frac{23+m}{30}\right)_r,$$

e perciò se facciamo

$$d=\left(\frac{23+m}{30}\right)_r,$$

sarà $23-E=d$: ma abbiamo veduto che la Pasqua cade a' $22+23-E+e$ di marzo; dunque sostituendo a $23-E$ il suo valore d, verrà la Pasqua a' $22+d+e$ di marzo.

Di più essendo $23-E=d$, sarà $E=23-d$, e mettendo questo valore nella formola (35), si ottiene.

$$e=\left(\frac{24-d+L}{7}\right)_r,$$

ed accrescendo il numeratore della quantità $7d-21$ ch'è moltiplice di 7, e riducendo, verrà

Digitized by Google

$$e=\left(\frac{3+L+6d}{7}\right)_r.$$

Dunque le formole pel calcolo della Pasqua saranno

$$m=30-E \quad \ldots\ldots\ldots\ldots (39)$$

$$d=\left(\frac{23+m}{30}\right)_r \quad \ldots\ldots\ldots\ldots (40)$$

$$e=\left(\frac{3+L+6d}{7}\right)_r \quad \ldots\ldots\ldots (41)$$

$$\text{Pasqua}=22+d+e \text{ di marzo} \quad \ldots\ldots (42)$$

50. Queste formole, ricavate con la supposizione che l' epatta sia minore di 24, varranno ancora quando l' epatta è maggiore di 23. Infatti abbiamo qui sopra veduto che in tal caso 30—E indica il giorno del novilunio pasquale, e che la Pasqua dovrà celebrarsi a' 75—E+e di marzo. Ora questa quantità può scriversi così 22+53—E+e, e siccome E>23, perciò sarà 53—E<30, e sarà

$$53-E=\left(\frac{53-E}{30}\right)_r.$$

Di più dalla formola (39) $m=30-E$, si ricava $E=30-m$, che posto nel numeratore del secondo membro di quest' ultima equazione che abbiamo ottenuta, si avrà, dopo la riduzione,

$$53-E=\left(\frac{23+m}{30}\right)_r.$$

Ma il secondo membro di questa equazione essendo il valore di d della formola (40), sarà perciò $53-E=d$, che sostituito nell' espressione 22+53—E+e della Pasqua, ci darà

Digitized by Google

$$\text{Pasqua} = 22 + d + e \text{ di marzo}$$

appunto come la formola (42). Infine essendo $53 - E = d$, si ricava $E = 53 - d$, che posto nel numeratore della formola (37), si ricava

$$e = \left(\frac{59 - d + L}{7}\right)_r,$$

ed aggiungendo al numeratore la quantità $7d - 56$ ch' è moltiplice di 7, e riducendo, si avrà

$$e = \left(\frac{3 + L + 6d}{7}\right)_r,$$

precisamente come la formola (41).

Dunque la formola (39), (40), (41), e (42) varranno ancora quando l' epatta è maggiore di 23, ossia quando appartiene al mese di aprile.

Queste formole soffrono le medesime eccezioni delle altre (36) e (38), cioè che quando il calcolo darà la Pasqua a' 26 aprile, si dovrà prendere il 19, e quando la darà a' 25 aprile, e che si abbia $N > 11$, si dovrà prendere il 18.

Esempio I. Supponiamo che si voglia trovare la Pasqua gregoriana del 1886, per lo quale si ha $E' = XXV$, ed $L' = 3 = C$: avremo

$$m = 30 - 25 = 5 \quad , \quad d = \left(\frac{23 + 5}{30}\right)_r = 28 \ ,$$

$$e = \left(\frac{3 + 3 + 168}{7}\right)_r = 6 \ , \text{ e perciò}$$

$$\text{Pasqua} = 22 + 28 + 6 = 56 \text{ di marzo} = 25 \text{ di aprile.}$$

Esempio II. Volendo trovare la Pasqua gre-

Digitized by Google

goriana del 4980, sapendo che $E'=IX$, ed $L'=A$, si avrà

$$m=30-9=21 \quad , \quad d=\left(\frac{23+21}{30}\right)_r=14 ,$$

$$e=\left(\frac{3+1+84}{7}\right)_r=4 \text{ , e perciò sarà}$$

Pasqua $= 22+14+4 = 40$ di marzo $= 9$ di aprile.

Esempio III. Volendo trovare la Pasqua giuliana del 4200, sapendo che $E=XIX$, ed $L=C$, sarà $m=30-19=11$,

$$d=\left(\frac{23+11}{30}\right)_r=4 \quad , \quad \text{ed } e=\left(\frac{3+3+24}{7}\right)_r=2,$$

e quindi sarà

Pasqua$=22+4+2=28$ di marzo.

51. Le formole (39), (40), (41), e (42) trovate qui sopra possono farci ricavare facilmente una regola analoga a quella di Gauss, per calcolare la Pasqua di un anno qualunque.

L'equazione (39) $m=30-E$, può mettersi sotto questa forma $m=\left(\frac{30-E}{30}\right)_r$, e mettendo in luogo di E il suo valore dato dalla formola (32), si avrà

$$m=\left(\frac{30-11N+\left(\frac{3K-5}{4}\right)_q-\left(\frac{8K-112}{25}\right)_q}{30}\right)_r ,$$

e facendo

Digitized by Google

$$a=\left(\frac{H}{19}\right)_r,$$

percui la formola (25) diventerà

$$N=a+1 \ldots\ldots\ldots\ldots (43);$$

si ricava, con la sostituzione di questo valore, e dopo la riduzione

$$m=\left(\frac{19-11a+\left(\frac{3K-5}{4}\right)_q-\left(\frac{8K-112}{25}\right)_q}{30}\right)_r.$$

Questa espressione posta nell' equazione (40), ci dà

$$d=\left(\frac{42-11a+\left(\frac{3K-5}{4}\right)_q-\left(\frac{8K-112}{25}\right)_q}{30}\right)_r,$$

ed aggiungendo al numeratore del secondo membro la quantità $30a-30$, ch' è moltiplice di 30, e riducendo, si ricava

$$d=\left(\frac{19a+12+\left(\frac{3K-5}{4}\right)_q-\left(\frac{8K-112}{25}\right)_q}{30}\right)_r,$$

ed essendo per l' equazione (33)

$$M=\left(\frac{12+\left(\frac{3K-5}{4}\right)_q-\left(\frac{8K-112}{25}\right)_q}{30}\right)_r,$$

sostituendo questo valore, si avrà

Digitized by Google

$$d=\left(\frac{19a+M}{30}\right)_r \ldots\ldots\ldots\ldots (44).$$

Di più la formola (17) può mettersi sotto questa forma

$$L'=\left(\frac{1+2b+4c+2b'+6c'}{7}\right)_r,$$

e questo valore posto nella formola (41), ci darà

$$e=\left(\frac{4+2b+2b'+4c+6c'+6d}{7}\right)_r.$$

Ora se, per semplicizzare, facciamo

$$N=\left(\frac{4+2b'+6c'}{7}\right)_r \ldots\ldots\ldots (45),$$

si avrà in fine con la sostituzione di questo valore

$$e=\left(\frac{2b+4c+6d+N}{7}\right)_r \ldots\ldots (46).$$

Queste formole (43), (44), (45), e (46) ci danno la seguente regola per determinare la Pasqua di un anno qualunque per ambi i calendarî.

Digitized by Google

Regola generale per calcolare la Pasqua di un anno qualunque tanto secondo il calendario giuliano, quanto secondo il calendario gregoriano.

Si divida	per	si chiami il resto
L'anno dato	19	. . a
L'anno dato	4	. . b
L'anno dato	7	. . c
La quantità $19a+M$ . .	30	. . d
La quantità $2b+4c+6d+N$	7	. . e

e la Pasqua sarà a dì $22+d+e$ di marzo.

52. Nel calendario gregoriano i valori della quantità M ed N si ricavano dalle formole (33), e (45), ed essi sono variabili quasi ad ogni secolo; ma nel calendario giuliano queste quantità hanno de' valori costanti, che si ricavano, o rifacendo il calcolo ed impiegando per E ed L le formole (27) e (13), o più facilmente facendo nell'espressione di M il $K=0$, ed in quella di N facendo $b'=1$, e $c'=0$, ed i risultati $M=15$, ed $N=6$ che si ricaveranno, saranno quelli che avranno luogo pel calendario giuliano (num. 40). Ecco qui una tavola de' valori di M, e di N estesa fino all' 8000, e che alla fine dell' opera sta prolungata fino al 50000.

Dal	al	sarà	sarà
1600	1699 ,	$M=22$,	$N=2$
1700	1799 ,	$M=23$,	$N=3$
1800	1899 ,	$M=23$,	$N=4$
1900	1999 ,	$M=24$,	$N=5$
2000	2099 ,	$M=24$,	$N=5$

Digitized by Google

Dal	al	sarà	sarà
2100	2199 ,	M = 24 ,	N = 6
2200	2299 ,	M = 25 ,	N = 0
2300	2399 ,	M = 26 ,	N = 1
2400	2499 ,	M = 25 ,	N = 1
2500	2599 ,	M = 26 ,	N = 2
2600	2699 ,	M = 27 ,	N = 3
2700	2799 ,	M = 27 ,	N = 4
2800	2899 ,	M = 27 ,	N = 4
2900	2999 ,	M = 28 ,	N = 5
3000	3099 ,	M = 28 ,	N = 6
3100	3199 ,	M = 29 ,	N = 0
3200	3299 ,	M = 29 ,	N = 0
3300	3399 ,	M = 29 ,	N = 1
3400	3499 ,	M = 0 ,	N = 2
3500	3599 ,	M = 0 ,	N = 3
3600	3699 ,	M = 0 ,	N = 3
3700	3799 ,	M = 1 ,	N = 4
3800	3899 ,	M = 2 ,	N = 5
3900	3999 ,	M = 2 ,	N = 6
4000	4099 ,	M = 2 ,	N = 6
4100	4199 ,	M = 3 ,	N = 0
4200	4299 ,	M = 4 ,	N = 1
4300	4399 ,	M = 4 ,	N = 2
4400	4499 ,	M = 4 ,	N = 2
4500	4599 ,	M = 5 ,	N = 3
4600	4699 ,	M = 5 ,	N = 4
4700	4799 ,	M = 6 ,	N = 5
4800	4899 ,	M = 6 ,	N = 5
4900	4999 ,	M = 6 ,	N = 6
5000	5099 ,	M = 7 ,	N = 0
5100	5199 ,	M = 8 ,	N = 1
5200	5299 ,	M = 7 ,	N = 1
5300	5399 ,	M = 8 ,	N = 2
5400	5499 ,	M = 9 ,	N = 3

Digitized by Google

Dal	al	sarà	sarà
5500	5599 ,	M = 9 ,	N = 4
5600	5699 ,	M = 9 ,	N = 4
5700	5799 ,	M = 10 ,	N = 5
5800	5899 ,	M = 10 ,	N = 6
5900	5999 ,	M = 11 ,	N = 0
6000	6099 ,	M = 11 ,	N = 0
6100	6199 ,	M = 11 ,	N = 1
6200	6299 ,	M = 12 ,	N = 2
6300	6399 ,	M = 13 ,	N = 3
6400	6499 ,	M = 12 ,	N = 3
6500	6599 ,	M = 13 ,	N = 4
6600	6699 ,	M = 14 ,	N = 5
6700	6799 ,	M = 15 ,	N = 6
6800	6899 ,	M = 14 ,	N = 6
6900	6999 ,	M = 15 ,	N = 0
7000	7099 ,	M = 16 ,	N = 1
7100	7199 ,	M = 16 ,	N = 2
7200	7299 ,	M = 16 ,	N = 2
7300	7399 ,	M = 17 ,	N = 3
7400	7499 ,	M = 17 ,	N = 4
7500	7599 ,	M = 18 ,	N = 5
7600	7699 ,	M = 18 ,	N = 5
7700	7799 ,	M = 18 ,	N = 6
7800	7899 ,	M = 19 ,	N = 0
7900	7999 ,	M = 20 ,	N = 1
8000	8099 ,	M = 19 ,	N = 1

53. La regola esposta differisce da quella del dottor Gauss solo nel valore di M, ed il Sig. Ciccolini nell' opera citata ha dottamente dimostrato che la regola di Gauss non può usarsi con sicurezza che fino al 4199, per essere in seguito non sempre esatta l' espressione che Gauss dà del suo valore di M.

Digitized by Google

La formola (45), che ci dà il valore di N, quantunque apparentemente diversa da quella ricavata da Gauss, ch' è

$$N=\left(\frac{4+K-q}{7}\right)_r, \text{ nella quale } q=\left(\frac{K}{4}\right)_q,$$

pur tuttavia essa è la stessa. In fatti, se indichiamo con x il quoziente intero di K diviso per 7, sarà $c'=K-7x$, e perciò sostituendo questo valore nella formola (45), si ottiene

$$N=\left(\frac{4+2b'+6K-42x}{7}\right)_r,$$

e togliendo $42x$, perchè moltiplice di 7, resterà

$$K=\left(\frac{4+2b'+6K}{7}\right)_r.$$

Di più, indicando con q il quoziente intero di K diviso per 4, sarà $b'=K-4q$, e sostituendo si avrà

$$N=\left(\frac{4+8K-8q}{7}\right)_r,$$

in fine togliendo dal numeratore la quantità $7K-7q$, ch'è moltiplice di 7, resterà

$$N=\left(\frac{4+K-q}{7}\right)_r,$$

la quale è precisamente l'espressione di Gauss.

54. Per fare un' applicazione della regola data, soggiungiamo i seguenti esempî.

Esempio I. Supponiamo che si voglia la Pasqua gregoriana del 4980; si avrà

Digitized by Google

$a=\left(\frac{4980}{19}\right)_r=2$, $b=\left(\frac{4980}{4}\right)_r=0$, $c=\left(\frac{4980}{7}\right)_r=3$, e siccome dalla qui annessa tavola si ha per l'anno dato 4980 M=6, ed N=6, perciò sarà

$$19a+M=44\ ,\ d=\left(\frac{44}{30}\right)_r=14\ ,$$

$$2b+4c+6d+N=102\ ,\ \text{ed}\ e=\left(\frac{102}{7}\right)_r=4.$$

Onde sarà

Pasqua=22+14+4=40 di marzo=9 di aprile, appunto come trovammo nel secondo esempio del numero 50.

Esempio II. Del pari volendo trovare la Pasqua giuliana del corrente anno 1840, si avrà

$$a=\left(\frac{1840}{19}\right)_r=16\ ,\ b=\left(\frac{1840}{4}\right)_r=0\ ,$$

$c=\left(\frac{1840}{7}\right)_r=6$, e siccome nel calendario giuliano M=15, ed N=6, perciò sarà $19a+M=319$,

$$d=\left(\frac{319}{30}\right)_r=19\ ,\ 2b+4c+6d+N=144\ ,\ \text{ed}$$

$$e=\left(\frac{144}{7}\right)_r=4.$$

Quindi sarà

Pasqua = 22+19+4 = 45 di marzo = 14 di aprile, precisamente come trovammo nel secondo esempio de' numeri 41 e 43.

Esempio III. Volendo infine trovare la Pasqua gregoriana del 4200, sarà

Digitized by Google

$$a=\left(\frac{4200}{19}\right)_r=1\,,\quad b=\left(\frac{4200}{4}\right)_r=0\,,$$

$c=\left(\frac{4200}{7}\right)_r=0$, e dalla qui annessa tavola si ricava $M=4$, ed $N=1$. Onde si avrà

$$19a+M=23\,,\quad d=\left(\frac{23}{30}\right)_r=23\,,$$

$$2b+4c+6d+N=139\,,\quad \text{ed } e=\left(\frac{139}{7}\right)_r=6\,,$$

e perciò sarà

Pasqua$=22+23+6=51$ di marzo$=20$ di aprile; precisamente come trovammo nel terzo esempio del numero 45.

È da notarsi intanto che la regola esposta va soggetta alle medesime eccezioni delle altre precedentemente ricavate, cioè a dire, che quando il calcolo dà la Pasqua a' 26 aprile, bisogna prendere in vece il 19, e questo caso succederà ogni volta che si avrà $d=29$, ed $e=6$. Se poi il calcolo dà la Pasqua a' 25 aprile, e che si abbia il numero d' oro maggiore di 11, si dovrà prendere il 18, il che non potrà avvenire, se non quando si avrà $d=28$, $e=6$, e che sia $a>11$, come si vede dimostrato nella qui annessa nota (a).

(a) Il calcolo non potrà dare la Pasqua a' 26 aprile se non quando si abbia nel tempo stesso $d=29$ ed $e=6$, dappoichè il 26 aprile corrispondendo a' 57 di marzo, ne segue che per aver luogo questo caso il calcolo dovrà dare

$$22+d+e=57\,,$$

Digitized by Google

CAPITOLO V.

CALCOLO DELLE FESTE MOBILI.

55. Dopo di aver trovato per un anno qualunque il giorno in cui debbe celebrarsi la Pasqua, riesce facile di calcolare le altre feste mobili, le quali invariabilmente ne dipendono. In fatti sap-

---

dalla quale si ricava

$$d+e=35,$$

e siccome si ha e minore di sette, perciò dovrà essere d maggiore di 28: ma d è anche minore di 30; dunque dovrà essere necessariamente $d=29$, e per conseguenza $e=35-d=35-29$ e quindi $e=6$.

Ora la formola $d=\left(\frac{19a+M}{30}\right)_r$, nel caso di $d=29$, ci dà $\left(\frac{19a+M}{30}\right)_r=29$, e quindi sarà $\left(\frac{19a+M-29}{30}\right)_r=0$, e moltiplicando il numeratore per 11, si ricava

$$\left(\frac{209a+11M-319}{30}\right)_r=0,$$

e togliendo dal numeratore la quantità $210a-330$, ch'è moltiplice di 30, resterà

$$\left(\frac{11M+11-a}{30}\right)_r=0,$$

Digitized by Google

piamo che costantemente le feste mobili succedonsi nel seguente modo

Settuagesima . . . . 63 giorni		prima di Pasqua
Le Ceneri 46		
Le Rogazioni. . . . 36 giorni		dopo Pasqua
L' Ascensione. . . . 39		
La Pentecoste . . . 49		
La SS. Trinità. . . 56		
Il Corpus Domini . 60		

dalla quale si ricava

$$a=\left(\frac{11M+11}{30}\right)_r.$$

Ma si ha $a<19$; dunque affinchè possa aversi $d=29$, dovrà essere $\left(\frac{11M+11}{30}\right)_r<19$, e per aver luogo questa condizione è necessario che M abbia uno de' seguenti valori

$$M=0,\ 2,\ 3,\ 5,\ 6,\ 8,\ 10,\ 11,\ 13,\ 14,\ 16,\ 17,\ 19,\ 21,\ 22,\ 24,\ 25,\ 27,\ 29.$$

Infatti se l'equazione

$$\left(\frac{19a+M-29}{30}\right)_r=0,$$

ottenuta qui sopra la togliamo da quest' altra $\left(\frac{30a}{30}\right)_r=0$, si avrà per resto

$$\left(\frac{11a-M+29}{30}\right)_r=0,$$

dalla quale si ricava

Digitized by Google

Da qui si vede che le Ceneri accadono 17 giorni dopo la Settuagesima; le Rogazioni, 36 giorni dopo Pasqua; l' Ascensione, 3 giorni dopo le Rogazioni; la Pentecoste, 10 giorni dopo l' Ascensione; la SS. Trinità, 7 giorni dopo la Pentecoste, ed il Corpus Domini, 4 giorni dopo la SS. Trinità.

$$M=\left(\frac{11a+29}{30}\right)_r,$$

e facendo successivamente $a=0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 14, 15, 16, 17, 18$, si ricavano per M i valori qui sopra notati.

La seconda eccezione, cioè che la Pasqua dovrà prendersi a' 18 aprile malgrado che il calcolo la dia a' 25, ogni qual volta si abbia $d=28$, ed $e=6$, può dimostrarsi nel seguente modo. Abbiamo detto nel numero 43 che questo caso avverrà quando l' epatta è 25 di diverso carattere, ed il numero d'oro maggiore di 11. Ora dall' equazione (32) si ricava

$$\left(\frac{11N-\left(\frac{3K-5}{4}\right)_q+\left(\frac{8K-112}{25}\right)_q-E'}{30}\right)_r=0,$$

ed aggiungendo questa espressione al secondo membro dell' equazione (33), si avrà dopo le riduzioni

$$M=\left(\frac{11N+12-E'}{30}\right)_r,$$

e posto in luogo di N il suo valore $a+1$ dato dall' equazione (43), ed in vece di E' il suo valore 25, si ottiene

$$M=\left(\frac{11a-2}{30}\right)_r.$$

Di più, dovendo essere $N>11$, sarà $a+1>11$, e perciò $a>10$; facendo dunque in questa equazione successivamente

$$a=11, 12, 13, 14, 15, 16, 17, 18$$

Digitized by Google

56. Ciò posto, se l' epatta annuale è minore di 24, abbiamo veduto che il giorno della Pasqua è dato dalla formola (36), cioè che verrà a' $45+e-E$ di marzo. Quindi se a questa quantità aggiungiamo 31 giorni per gennaio, e 28 per febbraio, avremo che la Pasqua verrà il giorno $104+e-E$ dell' anno. Onde se da questo numero togliamo 63 giorni, il resto $41+e-E$ sarà il giorno della Settuagesima, e facendo per abbreviare

$$x=30+e-E,$$

e sostituendo, si avrà

$$\text{Settuagesima}=11+x \text{ di gennaio.}$$

Di più, perchè il giorno delle Ceneri viene 17

---

si ricava

$$M=29,\ 10,\ 21,\ 2,\ 13,\ 14,\ 5,\ 16$$

che saranno i valori che dovrà avere M, affinchè possa esservi luogo all' indicata seconda eccezione.

Ora nell' equazione (44)

$$d=\left(\frac{19a+M}{30}\right)_r,$$

mettendo in vece di a e di M le corrispondenti coppie di valori, cioè 11, 29; 12, 10; 13, 21; ec., si ricava sempre $d=28$. Dunque affinchè abbia luogo questa seconda eccezione, dovrà essere $d=28$.

Infine il 25 aprile corrispondendo a'56 di marzo, ne segue che per avere dal calcolo la Pasqua a' 25 aprile, dovrà essere $22+d+e=56$; ma nel caso di questa seconda eccezione sappiamo che dev' essere $d=28$; dunque si avrà $22+28+e=56$, e perciò dovrà essere $e=6$. Quindi è vero che quando si ha $d=28$, ed $e=6$, unita alla condizione di $a>10$, allora la Pasqua non sarà a' 25 aprile, come dal calcolo risulta, ma bensì a' 18.

Del resto per dimostrare semplicemente che la prima di

Digitized by Google

giorni dopo quello della Settuagesima, perciò aggiungendo questo numero ad $11+x$, verranno

$$\text{le Ceneri} = 28 + x \text{ di gennaio.}$$

In oltre essendo il giorno della Pasqua il $45+e-E$ di marzo, ed essendo $x=30+e-E$, sostituendo verrà

$$\text{Pasqua} = 15 + x \text{ di marzo.}$$

E poichè le Rogazioni vengono 36 giorni dopo Pasqua, perciò aggiungendo 36 a $15+x$, verrà per le Rogazioni $51+x$, di marzo, e togliendo 31 per l'intero mese di marzo, resteranno

$$\text{le Rogazioni} = 20 + x \text{ di aprile,}$$

ed aumentando questa quantità di tre altri giorni, si avrà

$$\text{l' Ascensione} = 23 + x \text{ di aprile.}$$

---

queste eccezioni accade quando $d=29$, ed $e=6$. e che la seconda avviene quando $d=28$, ed $e=6$, si potrebbe in quest'altro modo procedere. Nella formola (40) mettiamo in luogo di m il suo valore $30-E$ dato dall'altra (39), si avrà

$$d=\left(\frac{53-E}{30}\right)_r,$$

e mettendo in luogo di E successivamente 24, e 25, come vogliono le due eccezioni (num. 44.), si ricava

$$d=29 \quad , \quad \text{e } d=28.$$

In oltre perchè il 26 e il 25 aprile corrispondono a' 57 e 56 di marzo, ne segue che il calcolo per darci la Pasqua a' 26, o pure a' 25 aprile, dovrà essere

$$22+d+e=57 \quad , \quad \text{o} \quad 22+d+e=56,$$

dalle quali si ricava

$$e=35-d, \quad \text{ed} \quad e=34-d,$$

e mettendo nella prima in luogo di d il suo valore trovato 29, e nella seconda 28, si ricava $e=6$. Dunque è vero, ecc.

Digitized by Google

Di più, se a questa espressione aggiungiamo 10 altri giorni per avere la domenica della Pentecoste, si avrà $33+x$ di aprile, ossia

$$\text{Pentecoste} = 3 + x \text{ di maggio.}$$

In fine perchè 7 giorni dopo la Pentecoste viene la SS. Trinità, e dopo 4 altri giorni il giovedì del Corpus Domini, perciò si avrà

$$\text{SS. Trinità} = 10 + x \text{ di maggio}$$
$$\text{Corpus Domini} = 14 + x \text{ di maggio.}$$

57. Tra le feste mobili si considera ancora la prima domenica dell'Avvento, la quale è la domenica più vicina alla festa di S. Andrea Apostolo, che si celebra il 30 di novembre. Da ciò risulta che i limiti della prima domenica dell'Avvento sono il 27 novembre ed il 3 dicembre. In fatti, se il 30 novembre cade di mercordì, la domenica più vicina sarà a' 27 dello stesso mese; e se poi il 30 novembre cadesse di martedì, di lunedì o di domenica, in tal caso la domenica più vicina cadrebbe a' 28, a' 29 ovvero a' 30 di novembre. In fine se il 30 novembre cade di sabato, di venerdì, o pure di giovedì, allora la prima domenica dell'Avvento cadrà il primo, il secondo, ovvero il terzo giorno di dicembre.

Non potendo dunque venire la prima domenica dell'Avvento prima de' 27 novembre, noi supporremo che venisse il $27+y$ di novembre, e questa incognita y sarà zero, quando l'Avvento cade precisamente a' 27 di novembre. Per determinare l'incognita y, ridurremo a giorni dell'anno comune il $27+y$ di novembre, aggiungendo 31 giorni per gennaio, 28 per febbraio, 31 per marzo, ecc.; si avrà che la prima domenica dell'Avvento verrà il giorno $331+y$ dell'anno. Ora

Digitized by Google

se da questa quantità togliamo il numero L della lettera domenicale, per far cominciare le settimane di lunedì, il resto

$$331+y-L,$$

dovendo formare un numero intero di settimane, sarà esattamente divisibile per 7, e perciò sarà

$$\left(\frac{331+y-L}{7}\right)_r=0,$$

e togliendo il numeratore di questa espressione da 336 ch'è moltiplice di 7, e riducendo, si ottiene

$$\left(\frac{5+L-y}{7}\right)_r=0,$$

dalla quale si ricava

$$y=\left(\frac{L+5}{7}\right)_r \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (47).$$

Inoltre, essendo per la formola (35)

$$e=\left(\frac{1+L+E}{7}\right)_r,$$

sarà

$$\left(\frac{1+L+E-e}{7}\right)_r=0,$$

e togliendo questa espressione da 28, ch'è moltiplice di 7, si ricava

$$\left(\frac{27-L-E+e}{7}\right)_r=0,$$

la quale può scriversi così

$$\left(\frac{30-E+e+2-(L+5)}{7}\right)_r=0,$$

Digitized by Google

ed essendo $x=30-E+e$, sostituendo si ottiene

$$\left(\frac{x+2-(L+5)}{7}\right)_r=0,$$

dalla quale si ricava

$$\left(\frac{L+5}{7}\right)_r=\left(\frac{x+2}{7}\right)_r \quad \ldots\ldots (48),$$

e perciò in virtù dell' equazione (47), si avrà

$$y=\left(\frac{x+2}{7}\right)_r.$$

Sostituendo questo valore nell' espressione $27+y$ dell' Avvento, si ricava

$$1.^a \text{ domenica dell'Avv.}^o=27+\left(\frac{x+2}{7}\right)_r \text{ di novembre.}$$

58. Per calcolare in ultimo le vigilie de' quattro tempi è da premettersi che i quattro tempi di primavera accadono il mercoledì, il venerdì ed il sabato dopo la prima domenica di quaresima: quelli di estate il mercordì, il venerdì ed il sabato dopo la domenica di Pentecoste: quelli di autunno il mercoledì, il venerdì ed il sabato dopo la festa dell' esaltazione della Croce, che viene a' 14 settembre, ed in fine i quattro tempi d' inverno avvengono il mercordì, il venerdì ed il sabato dopo la terza domenica dell' Avvento, ossia 17, 19 e 20 giorni dopo la prima domenica dell' Avvento.

Ciò premesso, per calcolare i quattro tempi di primavera, osserviamo che il mercoledì dopo la prima domenica di quaresima corrisponde al settimo giorno dopo le Ceneri, e che perciò se al gior-

Digitized by Google

no delle Ceneri, da noi qui sopra trovato, aggiungiamo 7 giorni, avremo la prima vigilia de' quattro tempi di primavera; due giorni dopo sarà la seconda vigilia, ed il giorno appresso sarà la terza. In simboli generali, si avrà

Quattro tempi di

Primavera $= 4+x$, $6+x$, $7+x$ di febbraio.

Con la stessa facilità aggiugendo 3 giorni alla formola della Pentecoste trovata qui avanti, si avrà la prima vigilia de' quattro tempi di estate. Onde sarà

Quattro tempi di

Estate $= 6+x$, $8+x$, $9+x$ di maggio.

Per avere in seguito i quattro tempi di autunno, osserviamo che la festa dell' esaltazione della Croce viene a' 14 settembre, e poichè la prima vigilia viene il mercordì appresso, perciò è chiaro di non poter venire questa prima vigilia più tardi de' 21 di settembre; onde supporremo che venisse il $21-y$ di settembre, che corrisponde al giorno $264-y$ dell' anno comune, e togliendo il numero L della lettera domenicale, per far cominciare la settimana di lunedì, resta $264-y-L$, che dovendo corrispondere al giorno di mercordì, è necessario che dividendo questa quantità per 7, s'abbia per resto 3, ch' è il terzo giorno della settimana. Dunque dovrà essere

$$\left(\frac{264-y-L}{7}\right)_r = 3,$$

dalla quale si ricava

Digitized by Google

$$\left(\frac{264-y-L-3}{7}\right)_r=0\,,$$

ossia

$$\left(\frac{261-y-L}{7}\right)_r=0\,,$$

ed aggiungendo al numeratore la quantità $7L-259$ ch'è moltiplice di 7, e riducendo, verrà

$$\left(\frac{6L+2-y}{7}\right)_r=0\,,$$

dalla quale si ricava

$$y=\left(\frac{6L+2}{7}\right)_r\,.$$

Di più, togliendo ciascun membro dell' equazione (48) da 7, si ha $\left(\frac{2-L}{7}\right)_r=\left(\frac{5-x}{7}\right)_r$, ed accrescendo il numeratore del primo membro di $7L$, e quello del secondo membro di $7x$, si avrà

$$\left(\frac{6L+2}{7}\right)_r=\left(\frac{6x+5}{7}\right)_r.$$

Sostituendo al primo membro il suo valore y trovato nell' equazione precedente, si ricava

$$y=\left(\frac{6x+5}{7}\right)_r\,,$$

e mettendo questo valore di y nell'espressione $21-y$ della prima vigilia di quattro tempi di autunno, si avrà

Quattro tempi di

$$\text{Autunno} = 21 - \left(\frac{6x+5}{7}\right)_r,\ 23 - \left(\frac{6x+5}{7}\right)_r,$$
$$24 - \left(\frac{6x+5}{7}\right)_r, \text{ di settembre.}$$

Finalmente i quattro tempi d'inverno dovendo avvenire, secondo abbiamo premesso di sopra, a 17, 19, e 20 giorni dopo la prima domenica dell' Avvento, ne segue che se l'espressione della prima domenica dell'Avvento trovata qui avanti, l'accresciamo successivamente di 17 giorni, poi di 19, ed in fine di 20, avremo per conseguenza

Quattro tempi di

$$\text{Inverno} = 14 + \left(\frac{x+2}{7}\right)_r,\quad 16 + \left(\frac{x+2}{7}\right)_r,$$
$$17 + \left(\frac{x+2}{7}\right)_r, \text{ di dicembre.}$$

59. Nel calendario si pratica di notare il numero delle domeniche intercette tra Pentecoste e l' Avvento, affin di regolare gli ordinarî per la recita del Divino Uffizio: cerchiamo anche per queste domeniche una formola generale.

A tale oggetto avendo trovato che l' Avvento viene il $27 + \left(\frac{x+2}{7}\right)_r$ di novembre, se a questo numero di giorni aggiungiamo 31 giorni per ottobre, 30 per settembre, 31 per agosto, 31 per luglio, 30 per giugno e 31 per maggio, avremo

Digitized by Google

che l' Avvento avrà luogo il $211+\left(\frac{x+2}{7}\right)_r$ di maggio, e se da questo numero togliamo $3+x$ di maggio, ch' è il giorno della Pentecoste trovato qui sopra, il resto $208-x+\left(\frac{x+2}{7}\right)_r$ sarà il numero de' giorni compresi tra la domenica della Pentecoste e quella dell' Avvento inclusiva; onde dividendo questo numero per 7, il quoziente

$$29-\left(\frac{x-\left(\frac{x+2}{7}\right)_r-5}{7}\right)_q,$$

sarà il numero delle domeniche cercate, più quella dell' Avvento; e perciò togliendo 1 per questa domenica, il resto

$$28-\left(\frac{x-\left(\frac{x+2}{7}\right)_r-5}{30}\right)_q,$$

sarà il numero delle domeniche cercate, ossia di quelle intercette tra Pentecoste e l'Avvento. Ora se indichiamo con z il quoziente intero di $x+2$ diviso per 7, sarà $x+2=7z+\left(\frac{x+2}{7}\right)_r$, dalla quale si ricava $\left(\frac{x+2}{7}\right)_r=x+2-7z$, che sostituito nell' espressione trovata, e riducendo, si ottiene

$$28-\left(\frac{7z-7}{7}\right)_q, \text{ ossia } 28-(z-1),$$

la quale si riduce a $29-z$; ed essendo $z=\left(\frac{x+2}{7}\right)_q$,

perciò il numero delle domeniche cercate sarà espresso da

$$29-\left(\frac{x+2}{7}\right)_q.$$

60. Riunendo tutte le formole trovate per le diverse feste mobili, quattro tempi, Avvento, e delle domeniche intercette tra Pentecoste e la prima domenica dell' Avvento, avremo pel caso dell'epatta E minore di 24

$$e=\left(\frac{1+E+L}{7}\right)_r \ldots\ldots (49)\ ,\quad x=30+e-E\ldots\ldots (50)$$

Settuagesima . . $=11+x$ di gennaio . . . (51)
Le Ceneri . . . $=28+x$ di gennaio . . . (52)
Pasqua . . . . . $=15+x$ di marzo . . . (53)
Rogazioni . . . . $=20+x$ di aprile . . . (54)
Ascensione . . . $=23+x$ di aprile . . . (55)
Pentecoste. . . . $=3+x$ di maggio . . . (56)
SS. Trinità. . . $=10+x$ di maggio . . . (57)
Corpus Domini. $=14+x$ di maggio . . . (58)
1.ª Domenica dell' Avvento $=27+\left(\frac{x+2}{7}\right)_r$
di novembre. . . . . (59)

Quattro tempi di

Primavera. $=4+x$, $6+x$, $7+x$ di febbraio. (60)
Estate. . . $=6+x$, $8+x$, $9+x$ di maggio. (61)

Digitized by Google

Autunno. . $=21-\left(\frac{6x+5}{7}\right)_r$, $23-\left(\frac{6x+5}{7}\right)_r$,

$24-\left(\frac{6x+5}{7}\right)_r$ di settembre. . . (62)

Inverno . . $=14+\left(\frac{x+2}{7}\right)_r$, $16+\left(\frac{x+2}{7}\right)_r$,

$17+\left(\frac{x+2}{7}\right)_r$ di dicembre. . . . (63)

Numero delle domeniche intercette tra

Pentecoste e l' Avvento $=29-\left(\frac{x+2}{7}\right)_q$ . . . (64)

61. Queste formole valgono pel caso in cui l' epatta fosse minore di 24, ossia che appartenga al mese di marzo. Pel caso poi che l' epatta fosse maggiore di 23, è necessario o di rifare tutt' i calcoli analoghi a quelli qui sopra eseguiti, prendendo però la formola (38) della Pasqua in luogo dell'altra (36) di già impiegata, ovvero osservando che siccome la formola (36) si cambia nell' altra (38) accrescendo la prima di 30, ne segue che nelle formole delle feste mobili qui sopra trovate basterebbe mettere $30+x$ in luogo di x. Non ci occuperemo ad eseguire questi calcoli, potendoli ognuno con facilità praticare. Ci limiteremo perciò a qui registrare i corrispondenti risultati

$e=\left(\frac{6+E+L}{7}\right)_r$ .... (65), $x=30+e-E$.... (66)

Settuagesima . . $=10+x$ di febbraio. . . (67)

Le Ceneri . . . . $=27+x$ di febbraio. . . (68)

Pasqua. . . . . $=14+x$ di aprile . . . . (69)

Digitized by Google

Rogazioni . . . . $=20+x$ di maggio . . . (70)
Ascensione . . . $=23+x$ di maggio . . . (71)
Pentecoste . . . . $= 2+x$ di giugno . . . (72)
SS. Trinità . . . $= 9+x$ di giugno . . . (73)
Corpus Domini . $=13+x$ di giugno . . . (74)

1.ª Domenica dell' Avvento $=27+\left(\frac{x+4}{7}\right)_r$
di novembre . . . . . (75)

Quattro tempi di

Primavera. $=6+x$, $8+x$, $9+x$ di marzo. (76)
Estate . . . $=5+x$, $7+x$, $8+x$ di giugno. (77)

Autunno.. . $=21-\left(\frac{6x+3}{7}\right)_r$, $23-\left(\frac{3x+3}{7}\right)_r$,
$24-\left(\frac{6x+3}{7}\right)_r$ di settembre . . (78)

Inverno , . $=14+\left(\frac{x+4}{7}\right)_r$, $16+\left(\frac{x+4}{7}\right)_r$,
$17+\left(\frac{x+4}{7}\right)_r$ di dicembre. . . . (79)

Numero delle domeniche intercette tra
Pentecoste e l' Avvento $=25-\left(\frac{x+4}{7}\right)_q$ . . . (80)

62. È da notarsi intanto che negli anni bisestili la formola della Settuagesima dev' essere accresciuta di un giorno , e se le Ceneri cadono in febbraio anche si aumenteranno di un giorno , e ciò perchè negli anni bisestili per i mesi di gen-

Digitized by Google

naio e febbraio si fa uso della prima lettera domenicale, il cui numero è una unità di più di quello della seconda lettera. Quando poi le Ceneri cadano in marzo, nulla dovrassi aggiungere, perchè in questo mese si fa uso della seconda lettera domenicale.

È da notarsi ancora che quando la formola (66) dà $x=12$, e che l' epatta sia XXIV, bisogna fare $x=5$, poichè con $x=12$, la formola (69) dà la Pasqua a' 26 aprile, e siccome in questo caso si dovrà prendere il 19, cioè 7 giorni meno dei 26, come dicemmo nel numero 43, perciò invece di $x=12$, dovrà farsi $x=5$.

Se poi dalla formola stessa (66) risultasse $x=11$ e che l' epatta fosse 25, se il numero d' oro è maggiore di 11, si farà $x=4$, poichè in tal caso essendo l' epatta 25 di diverso carattere, la Pasqua dovrà cadere a' 18 aprile in luogo di 25, come avvertimmo nel numero citato.

63. Per applicare queste formole ad alcuni esempî supponiamo che si domandassero le feste mobili gregoriane dell' anno corrente 1840, per lo quale l'epatta è XXVI, e la lettera domenicale è D.

Essendo l' epatta maggiore di 23, dobbiamo perciò far uso delle formole (65), (66), (67), (68) . . . . (80), ed avremo dalle due prime $e=\left(\frac{6+26+4}{7}\right)_r=1$, $x=30+1-26=5$. Sostituendo questo valore nelle rimanenti formole, si ha

Settuagesima . . =16 di febbraio (l'anno è bisestile)
Le Ceneri . . . = 4 di marzo
Pasqua . . . . =19 di aprile
Rogazioni . . . =25, 26, 27 di maggio

Digitized by Google

Ascensione. . . . =28 di maggio
Pentecoste . . . . = 7 di giugno
SS. Trinità . . . =14 di giugno
Corpus Domini . =18 di giugno
1.ª Domenica dell' Avvento =29 di novembre

Quattro tempi di

Primavera =11 , 13 , 14 di marzo
Estate =10 , 12 , 13 di giugno
Autunno =16 , 18 , 19 di settembre
Inverno =16 , 18 , 19 di dicembre
Numero delle domeniche intercette tra Pentecoste e l' Avvento =24.

Similmente volendo le feste mobili gregoriane dell' anno 4982 , sapendo che l' epatta è 1 , e che la lettera domenicale è F , faremo uso delle formole (49) , (50) , (51) . . . . . (64) , per essere l' epatta minore di 24 , ed avremo

$e=\left(\frac{1+1+6}{7}\right)_r=1$, $x=30+1-1=30$, e perciò sarà

Settuagesima. . . =10 di febbraio
Le Ceneri . . . . =27 di febbraio
Pasqua . . . . . =14 di aprile
Rogazioni . . . . =20 , 21 , 22 di maggio
Ascensione. . . . =23 di maggio
Pentecoste . . . . = 2 di giugno
SS. Trinità. . . . = 9 di giugno
Corpus Domini . =13 di giugno

Digitized by Google

1.ª Domenica dell' Avvento =1 di dicembre

Numero delle domeniche intercette tra Pentecoste e l' Avvento =25.

Quattro tempi di

Primavera = 6 , 8 , 9 di marzo

Estate . . = 5 , 7 , 8 di giugno

Autunno . =18 , 20 , 21 di settembre

Inverno. . =18 , 20 , 21 di dicembre

Lo stesso si praticherà per trovare le feste mobili giuliane , essendo le formole trovate applicabili ad ambi i calendarî.

64. Per trovare le formole delle feste mobili abbiamo dovuto distinguere due casi , uno cioè quando l'epatta è minore di 24 , e l' altro quando è maggiore di 23, e ciò perchè dipendendo le feste mobili dalla Pasqua , ed avendo trovato pel giorno della Pasqua due formole , la (36) pel primo caso e la (38) pel secondo , era necessario perciò che anche per le feste mobili si fossero distinti questi due casi. Ma siccome nel numero 48 trovammo la formola (42) che ci dà la Pasqua per ambi i casi, e qualunque sia l'epatta , perciò se impieghiamo questa formola pel calcolo delle feste mobili , non vi sarà più necessità di distinguere un caso dall' altro , e le formole che troveremo saranno generali , qualunque sia l' epatta.

A tale oggetto osserviamo che la formola (53) ci dà la Pasqua a' $15+x$ di marzo , mentre l' altra formola (42) ce la dà a' $22+d+e$ di marzo; dunque queste due quantità , esprimendo lo stesso giorno della Pasqua , saranno eguali tra loro , e si avrà perciò

$$15+x=22+d+e$$

Digitized by Google

dalla quale si ricava

$$x=7+d+e\,,$$

e facendo $y=d+e$, sarà $x=7+y$. Sostituendo questo valore nelle formole (51), (52), (53), (54)..... (64), si otterranno i seguenti risultati

$$m=30-E\ \ldots\ldots\ (81)\ ,\ d=\left(\frac{23+m}{30}\right)_r \ldots\ldots\ (82)$$

$$e=\left(\frac{3+L+E}{7}\right)_r \ldots\ (83)\ ,\ \ y=d+e\ \ldots\ldots\ (84)$$

Settuagesima . . . $=18+y$ di gennaio. . . . . (85)
Le Ceneri . . . . $=4+y$ di febbraio. . . . . (86)
Pasqua. . . . . $=22+y$ di marzo. . . . . (87)
Rogazioni . . . . $=27+y$ di aprile. . . . . (88)
Ascensione . . . $=30+y$ di aprile. . . . . (89)
Pentecoste . . . . $=10+y$ di maggio. . . . . (90)
SS. Trinità . . . $=17+y$ di maggio. . . . . (91)
Corpus Domini . $=21+y$ di maggio . . . . . (92)
1.ª Domenica dell' Avvento $=27+\left(\frac{y+2}{7}\right)_r$
di novembre . . . . . (93)

Quattro tempi di

Primavera. $=11+y$, $13+y$, $14+y$ di febbraio. (94)
Estate . . . $=13+y$, $15+y$, $16+y$ di maggio. (95)
Autunno. . $=21-\left(\frac{6y+5}{7}\right)_r$, $23-\left(\frac{6y+5}{7}\right)_r$,
$24-\left(\frac{6y+5}{7}\right)_r$ di settembre. . . (96)

Inverno . . $=14+\left(\frac{y+2}{7}\right)_r$, $16+\left(\frac{y+2}{7}\right)_r$,

$17+\left(\frac{y+2}{7}\right)_r$ di dicembre. . . . (97)

Numero delle domeniche intercette tra

Pentecoste e l' Avvento $=28-\left(\frac{y+2}{7}\right)_q$ . . . (98).

65. Se la formola (84) desse $y=35$, si farà sempre $y=28$, poichè in tal caso la formola (87) darebbe la Pasqua a' 26 aprile, e siccome si dovrà prendere in sua vece il 19, perciò dovrà farsi $y=28$.

Se poi la stessa formola (84) desse $y=34$, e che l' epatta fosse 25, ed il numero d' oro maggiore di 11, si farà $y=27$, perchè siccome il valore 34 di y fa risultare la Pasqua a' 25 aprile, e siccome in tal caso dovrà prendersi in sua vece il 18, secondo dicemmo nel numero 43, perciò dovrà farsi $y=27$.

Facciamo qui un avvertimento che abbiamo omesso di fare nel numero 62, ed è che quando i quattro tempi d' inverno cadono in febbraio, si dovranno aumentare di un giorno, perchè dipendono dalle Ceneri, le quali negli anni bisestili quando cadono in febbraio anche si accrescono di un giorno (numero 62).

66. Applichiamo queste formole a trovare le feste mobili gregoriane dell' anno corrente 1840, sapendo che l' epatta è XXVI, e la lettera domenicale è D.

Per le formole (81), (82), (83), (84) avremo

$$m=30-26=4\ ,\quad d=\left(\frac{23+4}{30}\right)_r=27\ ,$$

$$e=\left(\frac{3+4+162}{7}\right)_r=1\ ,\quad \text{ed}\ y=27+1=28.$$

Sostituendo questi valori nelle formole delle feste mobili, si avrà

Settuagesima . . =16 di febbraio (l'anno è bisestile)
Le Ceneri . . . = 4 di marzo
Pasqua . . . . . =19 di aprile
Rogazioni . . . . =25 , 26 , 27 di maggio
Ascensione. . . . =28 di maggio
Pentecoste. . . . = 7 di giugno
SS. Trinità. . . . =14 di giugno
Corpus Domini . =18 di giugno
1.ª Domenica dell' Avvento =29 di novembre.

Quattro tempi di

Primavera. =11 , 13 , 14 di marzo
Estate . . . =10 , 12 , 13 di giugno
Autunno. . =16 , 18 , 19 di settembre
Inverno . . =16 , 18 , 19 di dicembre
Numero delle domeniche intercette tra Pentecoste e l' Avvento =24

Questi risultati coincidono con quelli del num. 63.

Supponiamo ora che si volessero le feste mobili giuliane, del medesimo anno 1840, sapendo che l'epatta è IV , e la lettera domenicale è F. Avremo

$$m=30-4=26\ ,\quad d=\left(\frac{23+26}{30}\right)_r=19\ ,$$

$$e=\left(\frac{3+6+114}{7}\right)_r=4\ ,\quad y=19+4=23.$$

Posti questi valori nelle formole delle feste mobili, si ottiene

Digitized by Google

Settuagesima . . . =11 di febbr. (l'anno è bisestile)
Le Ceneri . . . . =28 di febbraio
Pasqua. . . . . =14 di aprile
Rogazioni . . . . = 20 , 21 , 22 di maggio
Ascensione. . . . =23 di maggio
Pentecoste . . . . = 2 di giugno
SS. Trinità . . . = 9 di giugno
Corpus Domini . =13 di giugno
1.ª Domenica dell' Avvento = 1 di dicembre.

Quattro tempi di

Primavera . . . . = 6 , 8 , 9 di marzo
Estate . . . . . = 5 , 7 , 8 di giugno
Autunno. . . . . =18 , 20 , 21 di settembre
Inverno . . . . . =18 , 20 , 21 di dicembre
Numero delle domeniche intercette tra Pentecoste e l' Avvento =25.

67. È necessario di qui notare che volendo trovare la Pasqua e le altre feste mobili facendo uso della regola data alla fine del numero 51 , è necessario che dopo di aver trovati i valori delle quantità d ed e ; si sostituiscano questi nella formola (84) per avere il valore di y , il quale posto nelle rimanenti formole (85) , (86) , (87)..... (98) ci darà le feste mobili cercate.

Così volendo le feste mobili gregoriane del 1818 , avremo $a=\left(\frac{1818}{19}\right)_r=13$, $b=\left(\frac{1818}{4}\right)_r=2$, $c=\left(\frac{1818}{7}\right)_r=5$, e dalla tavola del nu-

Digitized by Google

mero 52, si ricavano i valori di M=23, e di N=4 corrispondenti al secolo dato. Quindi si avrà $d=\left(\frac{19a+M}{30}\right)_r=\left(\frac{270}{30}\right)_r=0$, $2b+4c+6d+N=28$, $e=\left(\frac{28}{7}\right)_r=0$, e perciò sarà $y=d+e=0$, onde le formole delle feste mobili ci daranno

Settuagesima . . . =18 di gennaio
Le Ceneri . . . . = 4 di febbraio
Pasqua. . . . . =22 di marzo
Rogazioni . . . . =27, 28, 29 di aprile
Ascensione. . . . =30 di aprile
Pentecoste . . . . =10 di maggio
SS. Trinità . . . =17 di maggio
Corpus Domini . =21 di maggio
1.ª Domenica dell' Avvento =29 di novembre

Quattro tempi di

Primavera . . . . =11, 13, 14 di febbraio
Estate . . . . . =13, 15, 16 di maggio
Autunno. . . . . =16, 18, 19 di settembre
Inverno . . . . . =16, 18, 19 di dicembre
Numero delle domeniche intercette tra Pentecoste e l' Avvento =28.

Del pari volendo le feste mobili gregoriane dell'anno futuro 1841, per lo quale $a=\left(\frac{1841}{19}\right)_r=17$, $b=\left(\frac{1841}{4}\right)_r=1$, $c=\left(\frac{1841}{7}\right)_r=0$, M=23, ed

$N=4$, sarà $d=\left(\frac{19a+M}{30}\right)_r=\left(\frac{346}{30}\right)_r=16$,

$2b+4c+6d+N=102$, $e=\left(\frac{102}{7}\right)_r=4$. Onde sarà $y=d+e=20$, e perciò le formole delle feste mobili ci daranno

Settuagesima . . . = 7 di febbraio
Le Ceneri . . . . =24 di febbraio
Pasqua. . . . . =11 di aprile
Rogazioni. . . . . =17, 18, 19 di maggio
Ascensione. . . . =20 di maggio
Pentecoste . . . . =30 di maggio
SS. Trinità . . . = 6 di giugno
Corpus Domini . =10 di giugno
1.ª Domenica dell' Avvento =28 di novembre

Quattro tempi di

Primavera . . . . = 3, 5, 6 di marzo
Estate . . . . . = 2, 4, 5 di giugno
Autunno. . . . . =15, 17, 18 di settembre
Inverno . . . . . =15, 17, 18 di dicembre
Numero delle domeniche intercette tra Pentecoste e l' Avvento =25.

68. È d'avvertirsi intanto che oltre delle feste mobili delle quali abbiamo fino a questo punto parlato, ve ne sono pure delle altre, che non sempre ne' calendarî vengono notate nella lista delle *feste mobili*, sì perchè la loro conoscenza è meno importante, sì ancora perchè facilmente posso-

no determinarsi. Di questa seconda classe di feste mobili le principali sono le seguenti (*a*).

Il SS. Nome di Gesù, che viene la seconda domenica dopo l' Epifania.

I Dolori di Maria Vergine, il venerdì avanti la domenica delle palme.

Il Patrocinio di S. Giuseppe, la terza domenica dopo Pasqua.

Il SS. Cuore di Gesù, il venerdì dopo l' ottava del Corpus Domini.

S. Gioacchino padre di Maria Vergine, la domenica infra l' ottava dell' Assunta.

Il SS. Nome di Maria, la domenica infra l'ottava della sua natività.

La festa de' sette dolori di Maria Vergine, la domenica dopo quella del suo SS. Nome.

La festa del SS. Rosario, la prima domenica di ottobre.

La festa della Purità di Maria Vergine, la 3.ª domenica di ottobre.

Il Patrocinio di Maria Vergine, la seconda domenica dopo il primo giorno di novembre.

Ciò posto, se indichiamo con P il giorno di marzo nel quale avviene la Pasqua, si avranno per queste feste mobili le seguenti formole generali

SS. Nome di Gesù $=14+\left(\frac{P+3}{7}\right)_r$ di gennaio. (99)

Dolori di M. V. $=P-9$ di marzo . . . . (100)

Patrocinio di San Giuseppe . . . . $=P-10$ di aprile . . . . (101)

(*a*) Non tutte queste festività sono della Chiesa universale.

Digitized by Google

SS. Cuore di Gesù $=P+7$ di maggio.. . . (102)

S. Gioacchino padre

di Maria Vergine $=16+\left(\frac{P+6}{7}\right)_r$ di agosto. (103)

SS. Nome di Maria $=9+\left(\frac{P+3}{7}\right)_r$ di settem. (104)

Festa de' sette Do-

lori di M. V. $=16+\left(\frac{P+3}{7}\right)_r$ di settem. (105)

Festa del SS. Rosario $=1+\left(\frac{P+2}{7}\right)_r$ di ottobre. (106)

Festa della Purità

di Maria Vergine $=15+\left(\frac{P+2}{7}\right)_r$ di ottobre. (107)

Patrocinio di M. V. $=9+\left(\frac{P+5}{7}\right)_r$ di novemb. (108)

69. Queste formole si ricavano facilmente facendo uso de' metodi praticati per la maggior parte delle formole precedenti, ed in particolarità per quelle delle vigilie dei quattro tempi. Ma ad oggetto di prevenire qualche difficoltà che potrebbesi incontrare da chi non è abituato a tal sorta di calcoli, ci limiteremo a ricavare la prima formola, cioè quella del SS. Nome di Gesù.

Poichè l'Epifania viene costantemente il 6 gennaio, ne segue che la prima domenica dopo l'Epifania non può venir prima de' 7, e la seconda domenica, ossia il SS. Nome di Gesù, non prima de' 14. Supponiamo dunque che venisse

a' $14+x$ di gennaio, e cerchiamo di determinare l' incognita x, la quale sarà zero quando il SS. Nome di Gesù viene precisamente a' 14 di gennaio. Ora se da $14+x$ togliamo il numero L della lettera domenicale, per far cominciare la settimana di lunedì, il resto $14+x-L$ dovrà formare un numero intero di settimane, e perciò dovrà essere divisibile per 7. Onde sarà

$$\left(\frac{14+x-L}{7}\right)_r=0,$$

ossia, per essere 14 moltiplice di 7,

$$\left(\frac{x-L}{7}\right)_r=0,$$

dalla quale si ricava

$$x=\left(\frac{L}{7}\right)_r.$$

Inoltre avendo indicato con P il giorno di marzo nel quale cade la Pasqua, ne segue che dal 1.° gennaio inclusivo fino al giorno della Pasqua anche inclusivo vi saranno $59+P$ giorni, da' quali se togliamo il numero L della lettera domenicale, per far cominciare le settimane di lunedì, il resto $59+P-L$ dovrà formare un numero intero di settimane, e perciò dovrà essere divisibile per 7. Onde sarà

$$\left(\frac{59+P-L}{7}\right)_r=0,$$

dalla quale si ricava

$$L=\left(\frac{P+59}{7}\right)_r,$$

e togliendo dal numeratore del secondo membro il numero 56, ch'è moltiplice di 7, si avrà per resto

$$L=\left(\frac{P+3}{7}\right)_r.$$

Sostituendo questo valore a quello di x trovato qui sopra, si ottiene

$$x=\left(\frac{P+3}{7}\right)_r,$$

e per conseguenza il SS. Nome di Gesù verrà a' $14+\left(\frac{P+3}{7}\right)_r$ di gennaio.

Nello stesso modo si ricavano le altre formole.

Si avverta intanto che negli anni bisestili la prima formola, cioè quella del SS. Nome di Gesù, dev'essere aumentata di un giorno, perchè cade in gennaio, per lo qual mese si fa uso della prima lettera domenicale, e non della seconda.

70. Per dare un esempio di queste formole, supponiamo che si volessero determinare queste feste per l'anno futuro 1841, nel quale la Pasqua sappiamo che deve venire il dì 11 aprile, come abbiamo trovato nel secondo esempio del numero 66. Riducendo gli 11 aprile in giorni di marzo, avremo $11+31=42$, e questo sarà il valore di P, il quale sostituito nelle formole esposte, ci darà i seguenti risultati

SS. Nome di Gesù.	=	17 di gennaio
Dolori di Maria Vergine . . .	=	2 di aprile
Patrocinio di S. Giuseppe. . .	=	2 di maggio

Digitized by Google

SS. Cuore di Gesù . . . . . = 18 di giugno
S. Gioacchino padre di M. V. = 22 di agosto
SS. Nome di Maria . . . . . = 12 di settembre
Festa de' Sette dolori di M. V. = 19 di settembre
Festa del SS. Rosario . . . . . = 3 di ottobre
Festa della Purità di M. V. . = 17 di ottobre
Patrocinio di Maria Vergine . = 14 di novembre

CAPITOLO VI.

DELLE LETTERE DEL MARTIROLOGIO E DE' CICLI.

71. Le lettere del martirologio sono alcune lettere che servono per tutto il corso dell' anno ad indicare il dì della luna del giorno appresso, e secondo il calendario ecclesiastico, nella lezione che di esso martirologio si fa in coro a *prima*, avanti il versetto *pretiosa*. La lettera del martirologio di un anno dato si ricava dall' epatta dal medesimo anno, poichè dall' epatta I fino all' altra XIX inclusiva si adoperano le lettere minuscole *a*, *b*, *c*, *d* . . . . . fino ad *u*, esclusa però la lettera *o*, perchè potrebbe confondersi col zero. Dall' epatta XX fino all' ultima * s' impiegano le lettere maiuscole A, B, C, D . . . . P, escludendo le lettere I, K, L, O, perchè la seconda si confonde con la minuscola, e le altre co' numeri romani uno, cinquanta, zero. A scanso di

Digitized by Google

ogni equivoco ecco la tavola di corrispondenza tra le epatte e le lettere del martirologio.

I ,	II ,	III ,	IV ,	V ,	VI ,	VII ,	VIII ,	IX ,
a ,	*b* ,	*c* ,	*d* ,	*e* ,	*f* ,	*g* ,	*h* ,	*i* ,
X ,	XI ,	XII ,	XIII ,	XIV ,	XV ,	XVI ,		
k ,	*l* ,	*m* ,	*n* ,	*p* ,	*q* ,	*r* ,		
XVII ,	XVIII ,	XIX ,	XX ,	XXI ,	XXII ,			
s ,	*t* ,	*u* ,	A ,	B ,	C ,			
XXIII ,	XXIV ,	XXV ,	XXVI ,	XXVII ,				
D ,	E ,	F ,	G ,	H ,				
XXVIII ,	XXIX ,	*						
M ,	N ,	P						

È da notarsi però che quando l'epatta è 25 di diverso carattere , allora la lettera del martirologio è F di diverso colore.

De' Cicli.

72. Oltre del ciclo lunare, ossia numero d'oro, del quale parlammo al numero 28, vi sono ancora varî altri cicli , la conoscenza de' quali non lascia di essere utile , specialmente per l' interpetrazione delle antiche date ; ma sarebbe cosa lunga e fuori di proposito se volessimo di tutti questi diversi cicli far parola. In grazia dunque di quanto ci siamo proposti di voler dire sul calendario perpetuo , parleremo de' cicli più conosciuti, e che, a preferenza degli altri , soglionsi registrare ne' calendarî , ne lunarî , negli almanacchi , ecc. , e coloro che vorranno approfondire questa parte di cronologia, potranno consultare con vantaggio l' opera de' dotti padri Maurini intitolata *Art de verifier les dates.*

Digitized by Google

Del ciclo solare.

73. Il ciclo solare è un periodo di 28 anni, e comprende tutte le possibili variazioni de' giorni della settimana con quelli del mese; in modo che in ogni così fatto periodo i giorni del mese cadono ne' medesimi giorni della settimana ne' quali caddero 28 anni prima. Questo ciclo ebbe il suo effetto fino a' 4 ottobre del 1582, epoca della riforma gregoriana, ed in seguito si è reso del tutto inutile, dacchè, tanto per i 10 giorni soppressi, quanto per i bisestili secolari omessi, non può più notare la varietà de' giorni del mese con quelli della settimana. Il nuovo ciclo solare sarebbe di 400 anni, dopo de' quali solamente succederebbe il ritorno de' giorni de' mesi ne' medesimi giorni della settimana; ma per la sua lunghezza non se ne fa uso. Per trovare ora la formola generale onde calcolare il ciclo solare di un anno qualunque, è da sapersi che al principio dell'era volgare il ciclo solare, era 9 e perciò se ad un anno qualunque H si aggiunge 9, e la somma si divide per 28, il resto sarà il ciclo solare corrispondente all' anno dato H, ed il quoziente sarà il numero de' cicli compiti dal principio dell' era. Quindi chiamando S il ciclo solare cercato, sarà

$$S=\left(\frac{H+9}{28}\right)_r \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (109).$$

Così volendo il ciclo solare dell' anno corrente 1840, si avrà

$$S=\left(\frac{1840+9}{28}\right)_r=\left(\frac{1849}{28}\right)_r=1\ ,$$

Digitized by Google

dunque il ciclo solare dell' anno corrente è 1, cioè che il 1840 è il primo anno di un ciclo solare, ed il quoziente 66 indica che dal principio dell'era fino al 1840 si sono compiti 66 cicli solari, e perciò il 1840 è il primo anno del 67.mo ciclo solare.

Del ciclo lunare.

74. Del ciclo lunare, detto altrimenti numero d'oro, parlammo diffusamente nel numero 28, ed ivi trovammo la formola (25), che ci dà il ciclo lunare di un anno qualunque H dell' era volgare. Riguardo dunque a questo ciclo ci rimettiamo a quanto dicemmo nel numero citato, e solo faremo qui osservare che la formola (25), può mettersi sotto questa forma

$$N=\left(\frac{H+1}{19}\right)_r \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (110),$$

che ci darà egualmente il numero d'oro, ossia ciclo lunare dell' anno dato H.

Ciclo dell' indizione romana.

75. Il ciclo dell' indizione romana è un periodo di 15 anni, che si ripete costantemente al pari degli altri cicli, e che comincia 3 anni prima della nascita di Gesù Cristo.

I dotti cronologisti sono discordi sulla vera epoca in cui questo ciclo fu stabilito tra i Romani, come ancora sull' uso al quale veniva destinato. L' opinione più accreditata è che questo ciclo cominciasse ad usarsi il 312 dopo la morte di Costantino.

Poichè questo ciclo cominciò, secondo ab-

Digitized by Google

biamo detto, 3 anni prima dell' era volgare, ne segue che per avere il ciclo dell' indizione di un anno qualunque H, bisogna accrescere quest' anno di 3, e la somma dividerla per 15; il resto sarà il ciclo cercato dell' indizione romana. Quindi chiamando R il numero cercato di questo ciclo, si avrà

$$R=\left(\frac{H+3}{15}\right)_r \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \quad (111).$$

Così facendo H=1840, si ricava

$$R=\left(\frac{1840+3}{15}\right)_r=\left(\frac{1843}{15}\right)_r=13,$$

dunque il ciclo dell' indizione romana del 1840 è 13.

Del ciclo pasquale.

76. Parlando del ciclo solare abbiamo detto che nell' antico calendario, a causa che gli anni bisestili si succedevano costantemente in ogni 4 anni, i giorni del mese tornavano a cadere ne' medesimi giorni della settimana in ogni 28 anni; e parlando del ciclo lunare, ossia del numero d'oro, dicemmo che fin dal tempo di Metone si credeva che in ogni 19 anni i novilunî cadessero ne' medesimi giorni in cui erano caduti quelli del periodo precedente. Quindi ne avveniva che in ogni 28×19, ossia in ogni 532 anni, tanto i novilunî, che i giorni della settimana avvenivano ne' medesimi giorni del mese in cui erano avvenuti 532 prima. Onde questo periodo di 532 anni racchiudeva tutte le possibili variazioni che potevano aver luogo fra i novilunî ed i giorni della settimana, e per conseguenza anche de' numeri d' oro e delle lettere domenicali giuliane. E siccome il giorno della Pasqua dipen-

Digitized by Google

de da questi due elementi, perciò nell'antico calendario in ogni periodo di 532 anni, il giorno della Pasqua di un anno qualunque cadeva nel giorno stesso del mese in cui erasi celebrata 532 anni prima. Per tale ragione questo periodo di 532 anni veniva chiamato *ciclo pasquale*, o pure *annus magnus*. Esso chiamasi ancora periodo Vittoriano, da Vittorio suo inventore, il quale lo fece cominciare dal ventottesimo anno di Gesù Cristo; ma Dionisio il giovine, che lo corresse, lo fece cominciare un anno prima dell'era cristiana. Quindi risulta chiaramente, che por avere il ciclo pasquale di un anno qualunque H, basterà accrescere quest'anno di una unità, e la somma dividerla per 532; il resto sarà l'anno cercato del ciclo pasquale. Chiamando dunque P quest' anno cercato, si avrà generalmente

$$P=\left(\frac{H+1}{532}\right)_r \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (112)$$

Così per l'anno 1840 avremo

$$P=\left(\frac{1840+1}{532}\right)_r=\left(\frac{1841}{532}\right)_r=245,$$

dunque il ciclo pasquale dell' anno 1840 è 245.

Del periodo giuliano.

77. Moltiplicando tra loro i numeri de' tre cicli solare, lunare, e dell' indizione, ossia moltiplicando tra loro i numeri 28, 19, 15, si ha per prodotto 7980, il quale chiamasi periodo giuliano, ed esso racchiude tutte le possibili varietà che possono aver luogo tra i tre cicli che si sono moltiplicati. Giuseppe Scaligero, che fu l' in-

Digitized by Google

ventore di questo ciclo, lo fece cominciare 4713 anni prima dell' era cristiana, e per conseguenza se ad un anno dato H si aggiunga 4713, e che la somma si divida per 7980, il resto sarà l' anno corrispondente del periodo giuliano. Quindi chiamando G il periodo giuliano di un anno qualunque H, si avrà

$$G=\left(\frac{H+4713}{7980}\right)_r \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (113).$$

Così volendo il periodo giuliano dell' anno 1840, avremo

$$G=\left(\frac{1840+4713}{7980}\right)_r=\left(\frac{6553}{7980}\right)_r=6553,$$

dunque il periodo giuliano del 1840 è 6553.

78. Siccome in questo periodo di 7980 anni non possono i numeri de' tre cicli solare, lunare, e dell'indizione trovarsi insieme che una sola volta, ne segue evidentemente che dividendo il periodo giuliano di un anno qualunque per 28, 19, e 15, i resti saranno rispettivamente il ciclo solare, il lunare, e quello dell' indizione, corrispondenti all' anno dato. Così per l' anno 1840 essendo il periodo giuliano 6553, diviso questo successivamente per 28, 19, e 15, i resti 1, 17, e 13 saranno il ciclo solare, il lunare e quello dell' indizione del 1840.

79. È da notarsi intanto che conoscendo i numeri del ciclo solare, lunare, e dell' indizione di un anno dato, è facile determinare l'anno corrispondente del periodo giuliano; ed ecco in qual modo.

Chiamando a, b, c i numeri de' tre cicli appartenenti ad un anno qualunque H, le formole (109), (110), e (111) ci daranno

Digitized by Google

$$a=\left(\frac{H+9}{28}\right)_r,\quad b=\left(\frac{H+1}{19}\right)_r,\quad c=\left(\frac{H+3}{15}\right)_r,$$

dalle quali evidentemente si ricava

$$\left(\frac{H+9-a}{28}\right)_r=0,\quad \left(\frac{H+1-b}{19}\right)_r=0,\quad \left(\frac{H+3-c}{15}\right)_r=0,$$

e moltiplicando i due termini della prima per 285, i due termini della seconda per 420, e quelli della terza per 532, si avranno i seguenti risultati

$$\left(\frac{285H+2565-285a}{7980}\right)_r=0,\left(\frac{420H+420-420b}{7980}\right)_r=0$$

$$\left(\frac{532H+1596+532c}{7980}\right)_r=0.$$

Addizionando la prima con la terza, e dalla somma togliendo il doppio della seconda, si ha per residuo

$$\left(\frac{840b+3321-285a-532c-23H}{7980}\right)_r=0,$$

il quale moltiplicato per 347, dà per prodotto

$$\left(\frac{291480b+1152387-98895a-184604c-7981H}{7980}\right)_r=0,$$

ed aggiungendo al numeratore la quantità

$$103740a+191520c+7980H-287280b-1149120,$$

ch'è moltiplice di 7980, si ottiene, dopo le riduzioni

$$\left(\frac{4845a+4200b+6916c+3267-H}{7980}\right)_r=0\ .\ .\ (114),$$

dalla quale si ricava

Digitized by Google

$$H=\left(\frac{4845a+4200b+6916c+3267}{7980}\right)_r \quad . \; . \; . \; . \; (115).$$

Questa equazione ci dà l' anno H quando si conoscono i numeri a, b, c de' tre cicli. Per esempio, se $a=1$, $b=17$, e $c=13$, si avrà

$$H=\left(\frac{4845+71400+89908+3267}{7980}\right)_r=\left(\frac{169420}{7980}\right)_r=1840,$$

dunque i tre cicli 1, 17, e 13 appartengono all' anno 1840.

80. Sostituendo il valore di H così trovato, nell' espressione di G data dalla formola (113), e togliendo in seguito dal numeratore 3267+4713, ossia 7980, il resto non varia, e si ricava

$$G=\left(\frac{4845a+4200b+6916c}{7980}\right)_r \quad . \; . \; . \; . \; . \; (116),$$

che sarà il periodo giuliano cercato.

Sia, per esempio, $a=1$, $b=17$, $c=13$; sostituendo questi numeri si avrà

$$G=\left(\frac{4845+71400+89908}{7980}\right)_r=\left(\frac{166153}{7980}\right)_r=6553,$$

dunque i numeri 1, 17, 13 de' tre cicli solare, lunare e dell' indizione, appartengono al periodo giuliano 6553.

81. Non tralascio di avvertire che conoscendo il numero del ciclo solare e quello del ciclo lunare di un anno H, si potrebbe, con lo stesso metodo, determinare il numero corrispondente del ciclo pasquale; ma riesce più facile determinarlo nel seguente modo.

Digitized by Google

Nell' equazione (114) facciamo $c=0$, e moltiplichiamola inseguito per 15: avremo

$$\left(\frac{15.4845a+15.4200b+15.3267-15H}{7980}\right)_r=0..(117);$$

ma dall' equazione (112) si ricava

$$\left(\frac{H+1-P}{532}\right)_r=0,$$

e moltiplicando ambi i termini del primo membro per 15, si ha

$$\left(\frac{15H+15-15P}{7980}\right)_r=0.$$

Addizionando questa equazione con l' altra precedente (117), e riducendo, si ottiene

$$\left(\frac{15.4845a+15.4200b+15.3267+15-15P}{7980}\right)_r=0,$$

e dividendo ambi i termini per 15, diventa

$$\left(\frac{4845a+4200b+3267+1-P}{532}\right)_r=0,$$

ed aggiungendo al numeratore la quantità $4788a-3724b-3192$, ch' è moltiplice di 532, e riducendo, si ha

$$\left(\frac{57a+476b+76-P}{532}\right)_r=0,$$

dalla quale si ricava

$$P=\left(\frac{57a+476b+76}{532}\right)_r \ldots\ldots (118),$$

che ci darà il numero del cielo pasquale dell' an-

Digitized by Google

no H, corrispondente a' numeri a, e b de' cicli solare e lunare.

Così, sapendo che per l'anno 1840 $a=1$, e $b=17$; sostituendo questi valori, si ricava

$$P=\left(\frac{57+8092+76}{532}\right)_r=\left(\frac{8225}{532}\right)_r=245;$$

e perciò il ciclo pasquale del 1840 è 245, precisamente come trovammo nel numero 76.

CAPITOLO VII.

PROBLEMI DIVERSI.

82. Dopo di aver parlato della lettera domenicale, del numero d'oro, dell'epatta, della pasqua, delle feste mobili, de' cicli, ec., ci occuperemo ora a risolvere alcuni importanti problemi, che serviranno a completare. per quanto più ci sarà possibile, la teoria e l'uso del calendario.

83. *Prob. I.° Trovare tutti gli anni di un dato secolo che abbiano un dato numero d'oro.*

Sia K il numero de'secoli compiti fino a quello degli anni cercati, e sia m il numero espresso dalle due ultime cifre di uno degli anni cercati; sarà quest'anno indicato da $100K+m$. Sia di più $a+1$ il numero d'oro dato: si tratta di trovare tutti i valori di m, che ci daranno gli anni a'quali corrisponde il numero d'oro $a+1$.

Mettendo nella formola (25) in luogo di N il suo valore $a+1$, dato dalla formola (43), ed in vece di H il suo valore $100K+m$, si avrà

$$\left(\frac{100K+m}{19}\right)_r+1=a+1,$$

dalla quale si ricava

$$\left(\frac{100K+m-a}{19}\right)_r=0,$$

e togliendo dal numeratore del primo membro $95K$, ch'è moltiplice di 19, si ottiene

$$\left(\frac{5K+m-a}{19}\right)_r=0.$$

Ora facendo

$$u=\left(\frac{5K}{19}\right)_r \quad \ldots\ldots \quad (119),$$

si ricava

$$\left(\frac{5K-u}{19}\right)_r=0,$$

che tolta dalla precedente, resterà

$$\left(\frac{m-a+u}{19}\right)_r=0,$$

cioè a dire che $m-a+u$ dev' essere un moltiplice di 19, e perciò esprimendo con $19t$ questo moltiplice, dovrà essere

$$m-a+u=19t,$$

e quindi si ricava

$$m=19t+a-u. \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (120)$$

che ci darà gli anni cercati.

Digitized by Google

Osservando ora che si ha $m<100$, dovrà essere perciò $19t+a-u<100$, ossia $t<5-.\left(\frac{a-u-5}{19}\right)_q$, e poichè u ed a sono minori di 19, ne segue che t non potrà essere maggiore di 5. Quindi per trovare tutti i valori di m si calcolerà $u=\left(\frac{5K}{19}\right)_r$, ed indi dal valore dato di a si toglierà u, (avvertendo che nel caso di $a<u$, si dovrà aumentare a di 19); il resto sarà il minimo valore di m, il quale si accrescerà successivamente di 19, 38, 57, 76, 95, e le somme, nessuna però che sia maggiore di 100, saranno gli altri valori cercati di m.

84. Supponiamo, per esempio, di voler determinare tutti gli anni del corrente secolo che hanno per numero d' oro 17. Sarà $K=18$, $a+1=17$, e perciò $a=16$, $u=\left(\frac{90}{19}\right)_r=14$, $a-u=16-14=2$. Dunque sarà 2 il primo valore di m, e per avere gli altri aggiungeremo a 2 successivamente 19, 38, 57, 76, 95, e si avranno 2, 21, 40, 59, 78, 97, che saranno tutti i valori di m, e perciò gli anni cercati, cioè quelli che avranno per numero d' oro 17, sono il 1802, 1821, 1840, 1859, 1878, ed il 1897.

Similmente per trovare gli anni del passato secolo ch' ebbero 3 per numero d' oro, avremo $K=17$, $a+1=3$, $a=2$, $u=\left(\frac{85}{19}\right)_r=9$, e siccome $a<u$, così da 2 non si può togliere 9, e perciò aumentando il 2 di 19, e dalla somma 21 togliendo 9, resta 12 pel valore di $a-u$, che sarà per conseguenza il primo valore di m. Accrescendo questo resto 12 successivamente di 19, 38,

Digitized by Google

57, 76, 95, i numeri che si ottengono 31, 50, 69, 88, (trascurando 107 perchè maggiore di 100) saranno gli altri valori di m; onde gli anni cercati sono il 1712, 1731, 1750, 1769, ed il 1788.

È da avvertirsi che la soluzione di questo problema vale tanto pel calendario gregoriano, che pel giuliano.

85. *Prob. II.° Trovare tutti gli anni di un dato secolo che abbiano una data epatta.*

Dalle due equazioni (32) e (33) si ricava

$$\left(\frac{11N-\left(\frac{3K-5}{4}\right)_q+\left(\frac{8K-112}{25}\right)_q-E}{30}\right)_r=0,$$

$$\left(\frac{12+\left(\frac{3K-5}{4}\right)_q+\left(\frac{8K-112}{25}\right)_q-M}{30}\right)_r=0,$$

le quali addizionate ci danno

$$\left(\frac{11N-E-M+12}{30}\right)_r=0,$$

e mettendo in luogo di N il suo valore dato dalla formola (43), ch' è $a+1$, ed inseguito moltiplicando tutto il numeratore per 19, si ottiene

$$\left(\frac{209a-19M-19E+437}{30}\right)_r=0.$$

Ed accrescendo il numeratore della quantità $30M+30E-210a-420$, ch' è moltiplice di 30, il risultato non varia, e si avrà, dopo le riduzioni

$$\left(\frac{11M+11E+17-a}{30}\right)_r=0,$$

dalla quale si ricava

Digitized by Google

$$a=\left(\frac{11M+11E+17}{30}\right)_r \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (121).$$

Trovato con questa formola il valore di a corrispondente all' epatta E, lo sostituiremo nel secondo membro dell' equazione (120), ed avremo così i valori cercati di m.

Calcolata dunque la quantità

$$\left(\frac{11M+11E+17}{30}\right)_r - u,$$

darà questa il primo anno del secolo dato, al quale corrisponde la data epatta. Indi a questo primo valore aggiungendo successivamente 19, 38, 57, 76, 95, si avranno tutti gli altri valori di m, i quali daranno gli anni cercati.

86. *Esempio I.°* Sia da determinarsi tutti gli anni del corrente secolo che abbiano per epatta gregoriana XXVI. Sarà in tal caso K=18, E=26, e la formola (33), ovvero la tavola del numero 52 ci dà M=23; e sarà di più $u=\left(\frac{90}{19}\right)_r=14$. Sostituendo questi valori nella formola (121), si ottiene

$$a=\left(\frac{253+286+17}{30}\right)_r=\left(\frac{556}{30}\right)_r=16,$$

onde sarà $a-u=16-14=2$, e questo sarà il primo valore di m. Accrescendo questo 2 successivamente di 19, 38, 57, 76, 95, si avranno per tutti i valori di m, 2, 21, 40, 59, 78, 97, e perciò tutti gli anni cercati sono il 1802, 1821, 1840, 1859, 1878, ed il 1897.

Esempio II.° Similmente volendo trovare tutti gli anni del secolo futuro che avranno per epatta

Digitized by Google

XXII, avremo K=19, E=22, e sarà M=24, $u=\left(\frac{95}{19}\right)_r=0$. Sostituendo questi valori nella formola (121), si ottiene $a=\left(\frac{523}{30}\right)_r=13$, e perciò sarà $a-u=13-0=13$, e questo sarà il primo valore di m, il quale accresciuto successivamente di 19, 38, 57, 76, 95, si avranno 13, 32, 51, 70, 89, e perciò tutti gli anni cercati saranno il 1913, 1932, 1951, 1970, ed il 1989.

87. Intanto è da notarsi che dovendo essere $a<19$, ne segue che mettendo in luogo di a il valore dato dall' equazione (121), dovrà essere

$$\left(\frac{12M+11E+17}{30}\right)_r<19 \quad . \; . \; . \; (122) \; ;$$

e sarà questa la condizione che deve aver luogo affinchè nel corso del secolo dato vi siano degli anni che abbiano la data epatta, e perciò quando questa condizione non è verificata, possiamo esser sicuri che in quel secolo non vi è anno alcuno al quale possa corrispondere l' epatta gregoriana data.

Per esempio, volendo tutti gli anni del secolo corrente che abbiano per epatta V, avremo M=23, E=5, e questi numeri posti nella formola (121) ci danno $a=25$, cioè maggiore di 18, onde la condizione (122) non essendo verificata, ne segue che nel corso del presente secolo non vi sarà anno alcuno che abbia per epatta gregoriana V.

88. Per modificare l' equazione (121) in guisa da poterla applicare al calendario giuliano, osserviamo che la quantità M, che nel calendario gregoriano ha un valore variabile, quasi ad ogni secolo, nel calendario giuliano ha il valore costan-

Digitized by Google

te 15, come abbiamo trovato nel numero 52. Quindi facendo M=15 nella formola (121), e riducendo, si ottiene

$$a=\left(\frac{11E+182}{30}\right)_r,$$

e togliendo dal numeratore del secondo membro il numero 180, ch'è moltiplice di 30, resterà

$$a=\left(\frac{11E+2}{30}\right)_r \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (123).$$

Onde calcolata la quantità

$$\left(\frac{11E+2}{30}\right)_r - u,$$

questa sarà il primo valore di m, il quale accresciuto successivamente di 19, 38, 57, 76, 95, le somme saranno gli altri valori di m, che ci daranno gli anni del secolo dato a' quali corrisponderà la data epatta giuliana.

89. Per esempio, volendo tutti gli anni del secolo corrente che avranno per epatta giuliana IV, si avrà dall' equazione (123)

$$a=\left(\frac{44+2}{30}\right)_r=16,$$

e siccome $u=\left(\frac{5K}{19}\right)_r=\left(\frac{90}{19}\right)_r=14$, perciò sarà $a-u=16-4=2$. Quindi accrescendo questo 2 successivamente di 19, 38, 57, 76, 95, i risultati 2, 21, 40, 59, 78, 97 faranno tutti i valori di m, e perciò gli anni cercati saranno il 1802, 1821, 1840, 1859, 1878, ed il 1897.

90. Si noti però che dovendo essere $a<19$,

Digitized by Google

ed essendo $a=\left(\frac{11E+2}{30}\right)_r$, dovrà essere

$$\left(\frac{11E+2}{30}\right)_r<19 \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (124).$$

Onde quando questa condizione non è verificata, allora è certo che nel corso del secolo dato non vi sono anni a' quali possa corrispondere la data epatta giuliana.

Se, per esempio, si volessero gli anni del corrente secolo che abbiano per epatta giuliana V, in tal caso l'espressione (123) ci darà $a=\left(\frac{55+2}{30}\right)_r$ $=27$, il quale non essendo minore di 19, la condizione (124) non sarà verificata, e per conseguenza nel corso del presente secolo non potranno esservi degli anni che abbiano per epatta giuliana V.

91. *Prob. III.° Trovare tutti gli anni di un secolo dato, che abbiano una data lettera domenicale.*

Dall'equazione (24) si ricava

$$\left(\frac{1+2(b+b')+4c-L}{7}\right)_r=0,$$

e moltiplicando ambo i termini del primo membro per 4, verrà

$$\left(\frac{4+8b+8b'+16c-4L}{28}\right)_r=0,$$

e moltiplicando in seguito il solo numeratore per 4, si avrà

$$\left(\frac{16+32b+32b'+64c-16L}{28}\right)_r=0,$$

Digitized by Google

e togliendo dal numeratore la quantità $56c+56b'+56b'+28$, la quale, perchè moltiplice di 28, non farà variare il risultato, resterà

$$\left(\frac{8c-12-24b'-24b-16L}{28}\right)_r=0\,,$$

ossia

$$\left(\frac{(8c-7b)-(12+24b'+17b+16L)}{28}\right)_r=0,$$

dalla quale si ricava

$$8c-7b=\left(\frac{12+24b'+17b+16L}{28}\right)_r \quad \ldots\ldots (125).$$

Ciò posto, essendo pel numero 26

$$\left(\frac{m}{7}\right)_r=c\,, \quad \text{ed} \quad \left(\frac{m}{7}\right)_r=b\,,$$

sarà

$$\left(\frac{m-c}{7}\right)_r=0\,, \quad \text{ed} \quad \left(\frac{m-b}{4}\right)_r=0.$$

E moltiplicando i due termini della prima per 4, e quelli della seconda per 7, si avrà

$$\left(\frac{4m-4c}{28}\right)_r=0\,, \quad \left(\frac{7m-7b}{28}\right)_r=0\,,$$

e togliendo la seconda dal doppio della prima, resterà

$$\left(\frac{m-8c+7b}{28}\right)_r=0\,,$$

ossia

$$\left(\frac{m-(8c-7b)}{28}\right)_r=0\,,$$

Digitized by Google

dalla quale si ottiene

$$m=28t+8c-7b\ ,$$

e mettendo in luogo di $8c-7b$ il suo valore dato dall' equazione (125), verrà

$$m=28t+\left(\frac{12+24b'+17b+16L}{28}\right)_r \ldots\ldots (126).$$

Ora non potendo essere i valori di b che 0, 1, 2, 3, perciò sostituendo successivamente ciascuno di questi valori in quest' ultima equazione (126), e riducendo, si avrà

$$m=28t+\left(\frac{12+24b'+16L}{28}\right)_r \ldots\ldots\ldots (127),$$

$$m=28t+\left(\frac{1+24b'+16L}{28}\right)_r \ldots\ldots\ldots (128),$$

$$m=28t+\left(\frac{18+24b'+16L}{28}\right)_r \ldots\ldots\ldots (129),$$

$$m=28t+\left(\frac{7+24b'+16L}{28}\right)_r \ldots\ldots\ldots (130),$$

che ci daranno tutti gli anni del secolo dato a'quali corrisponde la data lettera domenicale.

92. Siano, per esempio, da determinarsi tutti gli anni del corrente secolo che abbiano per lettera domenicale D.

Sarà in tal caso $L=D=4$, $K=18$, e perciò $b'=\left(\frac{18}{4}\right)_r=2$, e sostituendo questi valori in ciascuna delle quattro formole trovate, si avrà

$$m=28t+12\ ,\quad m=28t+1\ ,$$
$$m=28t+18\ ,\quad m=28t+7\ ,$$

Digitized by Google

ed in ciascuna di queste quattro equazioni facendo successivamente $t=0$, 1, 2, 3, si avrà dalla prima

$$m=12\ ,\ 40\ ,\ 68\ ,\ 96\ ,$$

dalla seconda

$$m=1\ ,\ 29\ ,\ 57\ ,\ 85\ ,$$

dalla terza

$$m=18\ ,\ 46\ ,\ 74\ ,$$

e dalla quarta

$$m=7\ ,\ 35\ ,\ 63\ ,\ 91.$$

E perciò tutti gli anni del corrente secolo che hanno per lettera domenicale gregoriana D, sono il 1801, 1807, 1812, 1818, 1829, 1835, 1840, 1846, 1857, 1863, 1868, 1874, 1885, 1891, ed il 1896.

Similmente volendo trovare tutti gli anni del secolo futuro che avranno per lettera domenicale gregoriana A, avremo $K=19$, $b'=\left(\frac{19}{4}\right)_r=3$, ed $L=A=1$. Sostituendo questi valori nelle formole trovate, avremo

$$m=28t+16\ ,\quad m=28t+5\ ,$$
$$m=28t+22\ ,\quad m=28t+11\ ,$$

e facendo successivamente $t=0$, 1, 2, 3, queste equazioni ci daranno

$$m=16\ ,\ 44\ ,\ 72\ ,$$
$$m=5\ ,\ 33\ ,\ 61\ ,\ 89\ ,$$
$$m=22\ ,\ 50\ ,\ 78\ ,$$
$$m=11\ ,\ 39\ ,\ 67\ ,\ 95\ ,$$

e perciò tutti gli anni cercati saranno il 1905, 1911, 1916, 1922, 1933, 1939, 1944, 1950, 1961, 1967, 1972, 1978, 1989, ed il 1995.

Digitized by Google

93. Con l'aiuto di questo problema riesce facile di *trovare tutti gli anni di un dato secolo, ne' quali un dato giorno di essi cada in un fissato giorno della settimana.* In fatti, sia G il giorno dato degli anni cercati, L la loro lettera domenicale, e g il fissato giorno della settimana. Essendo L la lettera domenicale di ciascuno degli anni cercati, essa dinoterà il numero de' giorni compresi dal principio dell' anno fino alla prima domenica inclusiva, e perciò da G togliendo L, per far cominciare la settimana di lunedì, ed il resto $G-g$ dividendolo per 7, il residuo della divisione dovrà dare il giorno dato g della settimana. Quindi si avrà

$$\left(\frac{G-L}{7}\right)_r = g\,,$$

dalla quale si ottiene

$$\left(\frac{G-L-g}{7}\right)_r = 0\,,$$

ed accrescendo il numeratore di $7g$, e ricavando il valore di L, si avrà

$$L = \left(\frac{G+6g}{7}\right)_r \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (131).$$

Avendo così determinata la lettera domenicale che dovranno avere gli anni cercati, affinchè il dato giorno G cada nel fissato giorno g della settimana, non resta che a trovare tutti gli anni del secolo dato che abbiano la determinata lettera domenicale.

Per esempio, volendo tutti gli anni del corrente secolo ne' quali il giorno di S. Francesco d' Assisi, che è a' 4 di ottobre, cade di domenica, osserveremo che il 4 di ottobre corrisponde al gior-

no 277mo dell'anno (a), e questo dovendo cader di domenica, sarà $G=277$, e $g=0$. Onde sostituendo questi valori nella formola (131), si ricava $L=4=D$. Quindi gli anni cercati dovranno avere per lettera domenicale D, e la questione è ridotta a trovare tutti gli anni del corrente secolo che abbiano per lettera domenicale D, i quali anni essendo, siccome abbiamo trovato qui sopra nel primo esempio, il 1801, 1807, 1812, 1818, 1829, 1835, 1840, 1846, 1857, 1863, 1868, 1874, 1885, 1889, 1891, ed il 1896, ne segue che questi saranno ancora gli anni ne'quali il 4 di ottobre cade di domenica.

Nello stesso modo si trova che tutti gli anni del secolo futuro ne' quali il giorno di S. Tommaso di Aquino, ch'è a' 7 di marzo, cade di martedì, sono il 1905, 1911, 1916, 1922, 1933, 1939, 1944, 1950, 1961, 1969, 1972, 1978, 1989, ed il 1995.

94. È da notarsi però che per gli anni bisestili se il giorno dato G cade in gennaio, ovvero in febbraio, in tal caso la formola (131) ci dà la prima lettera domenicale, che vale per i primi due mesi dell'anno, e siccome la formola (127) è quella che ci dà gli anni bisestili, perciò quando il giorno dato G cade in gennaio, ovvero in febbraio, si calcolerà con la formola (131) la lettera domenicale L, ed il valore che si ottiene si sostituirà tal quale nelle formole (128), (129), e (130), le quali ci daranno gli anni comuni; ma nel sostituirlo nella formola (127), per avere gli anni bisestili, si dovrà pri-

(a) Non è necessario di distinguere se l'anno sia comune o bisestile, quando il giorno dato è posteriore a febbraio, dacchè per i primi due mesi negli anni bisestili si fa uso della prima lettera domenicale, e non della seconda.

Digitized by Google

ma diminuire di una unità, per essere negli anni bisestili il numero della seconda lettera domenicale una unità di meno di quello della prima lettera.

Così, volendo gli anni del corrente secolo ne' quali il 27 di gennaio cade di lunedì, faremo nella formola (131) $g=1$, e si avrà $L=5=E$. Posto questo valore nelle formole (128), (129), e (130), e facendo $b'=2$, si ottiene

$$m=28t+17\ ,$$
$$m=28t+6\ ,$$
$$m=28t+23\ ,$$

nelle quali facendo successivamente $t=0$, 1, 2, 3, si avrà

$$m=17\ ,\ 45\ ,\ 73\ ,$$
$$m=\ 6\ ,\ 34\ ,\ 62\ ,\ 90\ ,$$
$$m=23\ ,\ 51\ ,\ 79\ ,$$

che saranno gli anni comuni cercati. E per avere i rimanenti anni bisestili, faremo nella formola (127) $b'=2$, ed $L=5-1=4$, ed avremo

$$m=28t+12\ ,$$

e facendo $t=0$, 1, 2, 3, si avrà

$$m=12\ ,\ 40\ ,\ 68\ ,\ 96.$$

Onde tutti gli anni cercati, cioè quelli ne' quali il 27 gennaio cadrà di lunedì, saranno il 1806, 1812, 1817, 1823, 1834, 1840, 1845, 1851, 1862, 1868, 1873, 1879, 1890, 1896.

95. Il metodo tenuto in questo problema per trovare le formole (127), (128), (129), e (130) si applica con eguale facilità a trovare le loro corrispondenti pel calendario giuliano, impiegando però l' equazione (16) in luogo della (24), ed è perciò che qui ci limitiamo a rapportare le corris-

Digitized by Google

pondenti formole che si ottengono, lasciando al lettore la cura di ricavarle

$$\left.\begin{array}{l} m=28t+\left(\dfrac{8+12c'+16L}{28}\right)_r \\ m=28t+\left(\dfrac{25+12c'+16L}{28}\right)_r \\ m=28t+\left(\dfrac{14+12c'+16L}{28}\right)_r \\ m=28t+\left(\dfrac{3+12c'+16L}{28}\right)_r \end{array}\right\} \quad \ldots\ldots (132).$$

Per dare un esempio di queste formole, supponiamo che si domandassero tutti gli anni del corrente secolo che avranno per lettera domenicale giuliana F. Nel corrente secolo si ha $c'=\left(\frac{18}{7}\right)_r=4$, onde in queste formole faremo $c'=4$, ed $L=F=6$, e riducendo si ottiene

$$m=28t+12 \quad , \quad m=28t+1$$
$$m=28t+18 \quad , \quad m=28t+7 \, ,$$

e facendo successivamente $t=0$, 1, 2, 3, si avrà

$$m=12 \, , \, 40 \, , \, 68 \, , \, 96 \, ,$$
$$m=1 \, , \, 29 \, , \, 57 \, , \, 85 \, ,$$
$$m=18 \, , \, 46 \, , \, 74 \, ,$$
$$m=7 \, , \, 35 \, , \, 63 \, , \, 91 \, ;$$

e perciò tutti gli anni cercati sono il 1801, 1807, 1812, 1818, 1829, 1835, 1840, 1846, 1857, 1863, 1868, 1874, 1885, 1891, ed il 1896.

96. Si avverta intanto, che siccome tra la lettera domenicale L' gregoriana di un anno qualunque del secolo K, e la lettera domenicale L giuliana del medesimo secolo ed anno, vi passano le relazioni

Digitized by Google

$$L'=\left(\frac{L+\left(\frac{3K-5}{4}\right)_q}{7}\right)_r \ldots\ldots\ldots (133),$$

$$L=\left(\frac{L'+6\left(\frac{3K-5}{4}\right)_q}{7}\right)_r \ldots\ldots\ldots (134),$$

così in luogo di cercare gli anni del secolo dato che avranno per lettera domenicale giuliana L, si potranno trovare quelli che avranno per lettera domenicale gregoriana L', e viceversa.

Così, facendo nella formola (133) L=F=6, e K=18, si ottiene L'=4=D, e perciò nel corrente secolo se un anno H ha per lettera giuliana F, esso avrà per lettera gregoriana D. Quindi in luogo di trovare gli anni del corrente secolo che abbiano per lettera giuliana F, si possono trovare quelli che abbiano per lettera gregoriana D. Ed in fatti questi anni trovati con la lettera giuliana F, sono quelli stessi che hanno per lettera domenicale D, e che abbiamo trovati nel primo esempio del numero 92.

97. *Prob. IV. Trovare tutti gli anni di un dato secolo che abbiano una data epatta, ed una data lettera domenicale.*

Questo problema si potrebbe risolvere mediante i due precedenti, con trovar prima tutti gli anni del secolo dato che abbiano la data epatta, ed in seguito quelli a' quali corrisponde la data lettera domenicale, e tra queste due serie di anni si sceglierebbero i comuni, i quali sarebbero evidentemente gli anni cercati. Ma questo metodo oltre di essere inelegante e quasi di tentativo, rie-

Digitized by Google

sce lungo e laborioso nelle applicazioni, ed è perciò che cercheremo una formola che ci desse esclusivamente e direttamente tutti gli anni del dato secolo a' quali corrisponde la data epatta e la data lettera domenicale; ed ecco in qual modo.

Sia m l'anno cercato, appartenente al dato secolo. Affinchè a quest'anno corrisponda la data epatta, dovrà essere (120).

$$m=19t+a-u,$$

ed affinchè a questo medesimo anno corrisponda la data lettera domenicale, dovrà essere (126)

$$m=28t+\left(\frac{12+24b'+17b+16L}{28}\right)_r.$$

Ora dalla prima si ricava $m-a+u=19t$, e perciò sarà

$$\left(\frac{m-a+u}{19}\right)_r=0,$$

e dalla seconda si ricava similmente

$$\left(\frac{m-12-24b'-17b-16L}{28}\right)_r=0.$$

Moltiplicando ambi i termini del primo membro della prima di queste due equazioni per 28, ed ambi i termini del primo membro della seconda per 19, si hanno

$$\left(\frac{28m-28a+28u}{532}\right)_r=0,$$

$$\left(\frac{19m-228-456b'-304L-323b}{532}\right)_r=0,$$

e togliendo il triplo della seconda dal doppio della prima, si ottiene per resto

Digitized by Google

$$\left(\frac{684+1368b'+912L+969b-56a+56u-m}{532}\right)_r=0 \;.\;.\; (135).$$

Di più, dall' equazione (119) $u=\left(\frac{5K}{19}\right)_r$, si ha $\left(\frac{5K-u}{19}\right)=0$, e moltiplicando i termini della frazione per 28, diventa

$$\left(\frac{140K-28u}{532}\right)_r=0,$$

e moltiplicando il numeratore per 2, si ottiene

$$\left(\frac{280K-56u}{532}\right)_r=0,$$

la quale addizionata con la precedente equazione (135), e riducendo, verrà

$$\left(\frac{684+1368b'+912L+969b-56a+280K-m}{532}\right)_r=0 \;\ldots\; (136).$$

In oltre, essendo $b'=\left(\frac{K}{4}\right)_r$, sarà $\left(\frac{K-b'}{4}\right)_r=0$, e moltiplicando ambo i termini del primo membro per 133, si ha

$$\left(\frac{133K-133b'}{532}\right)_r=0,$$

la quale moltiplicata per 2, diventa

$$\left(\frac{266K-266b'}{532}\right)_r=0,$$

e sottraendo questa equazione dall' altra (136), e riducendo, si otterrà

$$\left(\frac{684+1634b'+912L+969b-56a+14K-m}{532}\right)_r=0\,,$$

e togliendo dal numeratore la quantità $532+1596b'+1064b+532L-532a$, la quale essendo moltiplice di 532 non farà perciò variare il risultato, si ottiene per resto

$$\left(\frac{152+38b'+380L-95b+476a+14K-m}{532}\right)_r=0 \quad \ldots (137)$$

dalla quale si ricava

$$m=\left(\frac{152+38b'+380L+476a+14K}{532}\right)_r-95b \quad \ldots (138)$$

Osservando ora che dev' essere $m<100$, e che b non può avere per valori che 0, 1, 2, 3, possiamo per conseguenza dedurne la seguente regola.

98. Per trovare gli anni di un secolo dato che abbiano una data epatta ed una data lettera domenicale, si calcolerà la quantità

$$\left(\frac{152+38b'+380L+476a+14K}{532}\right)_r \ldots\ldots (139),$$

e se questo valore sia minore di 95, esso sarà l'anno cercato, ed in tal caso nel corso del secolo dato non vi sarà che un solo anno il quale soddisfa alle due condizioni.

Se poi il valore trovato sia maggiore di 95, si toglierà da questo valore successivamente 95, 190 e 285, e tra i resti trovati quelli che sono minori di 100 indicheranno gli anni cercati. Se nessuno dei resti ottenuti sia minore di 100, è segno allora che in quel secolo non vi sarà anno alcuno che abbia nel tempo stesso e l'epatta data, e la data lettera domenicale.

99. Siccome dal risultato della formola (139) si deve togliere successivamente 95, 190, 285, e che il resto dev' essere minore di 100, ne segue chiaramente che, indicando con x il risultato della formola (139), dovrà essere $x-285<100$, e perciò $x<385$. Dunque quando il risultato della formola (139) è maggiore di 384, sarà evidente che in quel secolo dato non vi sono anni a' quali possa corrispondere la data epatta, e la data lettera domenicale.

100. *Esempio I.* Supponiamo che si volessero gli anni del corrente secolo che abbiano per epatta VII, e per lettera domenicale B. Si avrà in tal caso $K=18$, $L=B=2$, $M=23$, $E=7$, $b'=\left(\frac{18}{4}\right)_r=2$, e perciò la formola (121) ci darà

$$a=\left(\frac{11.23+11.7+17}{30}\right)_r=\left(\frac{347}{30}\right)_r=17.$$

Sostituendo questi valori nell' espressione (139), si ottiene

$$\left(\frac{9332}{532}\right)_r=288.$$

Togliendo da 288 successivamente 95, 190, 285, si hanno per resti 193, 98 e 3, tra i quali essendovi solamente 3 e 98 che sono minori di 100, ne segue che i soli anni 1803 e 1898 sono quelli che avranno nel tempo stesso per epatta VII, e per lettera domenicale B.

Esempio II.° Si domandano gli anni del secolo passato a' quali corrispose l' epatta XI, e la lettera domenicale D. Si avrà $K=17$, $M=23$, $E=11$, $b'=\left(\frac{17}{4}\right)_r=1$, e perciò sarà (121)

Digitized by Google

$$a=\left(\frac{11.23+11.11+17}{30}\right)_r=\left(\frac{391}{30}\right)_r=1.$$

Sostituendo questi valori nella formola (139), si ottiene per risultato 296, dal quale togliendo successivamente 95, 190, 285, restano 201, 106, 11; e poichè il solo 11 è minore di 100, ne segue che nel passato secolo il solo anno 1711 ebbe per epatta XI e per lettera domenicale D.

101. Poichè gli anni di un dato secolo a' quali corrisponde una data epatta ed una data lettera domenicale, debbono differire tra loro di 95, siccome abbiamo veduto, ne segue che in un secolo dato questi anni non possono essere che uno, o al più due; e che per esservene due è necessario che questi siano o il 1.° ed il 96mo, o pure il 2.°, ed il 97mo, o in fine il 3.° ed il 98mo. Ed in fatti che a questi anni corrisponda la medesima epatta e la medesima lettera domenicale, potrà dimostrarsi nel seguente modo.

Nell' equazione (137) facciamo $m=1$, e per conseguenza anche $b'=1$: si ricava

$$\left(\frac{56+38b'+380L+4760a+14K}{532}\right)_r=0,$$

Facendo in seguito $m=96$, e per conseguenza $b=0$, si ricava lo stesso risultato. Dunque gli anni 1° e 96mo hanno la medesima epatta e la medesima lettera domenicale.

Lo stesso si dimostra aver luogo per gli anni 2° e 97mo, e 3° e 98mo. Si può dunque affermare che in ogni secolo vi sono sempre due anni, e che non possono esservi più di due che abbiano la stessa epatta e la stessa lettera domenicale (n.° 25).

Digitized by Google

102. È da avvertirsi intanto, che se l'espressione (139) desse per risultato zero, ciò significa che l'anno cercato è lo stesso anno secolare dato. Così, volendo l'anno del secolo corrente che abbia per epatta IV e per lettera domenicale E, si farà nella formola (121) $M=23$, ed $E=4$, e ne verrà $a=14$. Indi facendo nella formola (139) $b'=2$, $L=5$, $a=14$, e $K=18$, si trova per risultato zero; dunque l'anno cercato è il $1800+0$, ossia lo stesso 1800.

103. Per facilitare intanto la ricerca degli anni di un dato secolo a' quali corrisponda una data epatta ed una data lettera domenicale, soggiungiamo la seguente tavola, da noi fatta coll'aiuto della formola (139), mercè la quale si possono prontamente trovare gli anni cercati.

$b'=0$	$b'=1$	$b'=2$	$b'=3$	VALORI DI $a-u$																		
				0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18
F	A	C	E	19	58	2/97	41	80	24	.	.	.	47	86	30	69	13	52	.	.	.	75
G	B	D	F	57	1/96	40	.	.	.	63	7	46	85	29	68	12	.	.	91	35	74	18
A	C	E	G	0	.	.	79	23	62	6	45	84	28	.	.	.	51	90	34	73	17	56
B	D	F	A	95	39	78	22	61	5	44	.	.	.	67	11	50	89	33	72	16	.	.
C	E	G	B	38	77	21	60	4	.	.	83	27	66	10	49	88	32	.	.	.	55	94
D	F	A	C	76	20	.	.	99	43	82	26	65	9	48	.	.	.	71	15	54	93	37
E	G	B	D	.	.	59	3/98	42	81	25	64	8	.	.	87	31	70	14	53	92	36	.

Digitized by Google

104. *Esempio I.°* Proponiamoci di trovare con l'aiuto di questa tavola gli anni del corrente secolo che abbiano per epatta VII e per lettera domenicale B. Nell'equazione (119) facendo K=18, si ottiene $u=14$, e nell'equazione (121) facendo E=7, ed M=23, ch'è il valore che ha M in questo secolo, si ricava $a=17$, onde sarà $a-u=3$. Ciò fatto, nella terza colonna a sinistra della tavola, cioè in quella che ha in testa $b'=2$, propria di questo secolo per essere $b'=\left(\frac{18}{4}\right)_r=2$, si trovi la lettera domenicale data B, ed andando in linea orizzontale fin sotto al valore trovato di $a-u$, cioè fin sotto a 3, i numeri 3 e 98, che si trovano segnati, saranno gli anni cercati, cioè a dire che nel secolo corrente i soli anni 1803 e 1898 sono quelli che hanno per lettera domenicale B e per epatta VII, come precisamente trovammo nel primo esempio del numero 100.

Esempio II.° Similmente per trovare gli anni del passato secolo a' quali corrisposero l' epatta XI e la lettera domenicale D, faremo nella formola (119) K=17, ed avremo $u=9$, e faremo nella formola (121) E=11, M=23, ed avremo $a=1$, e perciò sarà $a-u=1-9=19+1-9=11$. Quindi nella colonna che ha in testa $b'=1$, ch' è quella del secolo passato per essere $b'=\left(\frac{17}{4}\right)_r=1$, si trovi la lettera domenicale data D, ed andando in linea fin sotto ad 11, ch'è il valore trovato di $a-u$, il numero 11 che si trova segnato sarà l' anno cercato, dal che si conchiuderà che il 1711 fu il solo anno del passato secolo ch' ebbe per epatta XI e per lettera domenicale D, come appunto abbiamo trovato nel secondo esempio del num.° 100.

Esempio III.° In ultimo supponiamo che si

Digitized by Google

volessero gli anni del futuro secolo che avranno per epatta XXIX, e per lettera domenicale G; faremo K=19 nella formola (119) ed avremo $u=0$, e faremo E=29, ed M=24 nella formola (121), ed avremo $a=0$, e perciò sarà $a-u=0$. Onde nella colonna che ha in testa $b'=3$ si troverà la lettera domenicale data G, ed andando in linea fin sotto a o, ch'è il valore trovato per $a-u$, si trova scritto o; dunque l'anno cercato è il 1900.

105. Con un processo consimile a quello praticato nel numero 97, possiamo trovare pel calendario giuliano la seguente formola

$$m=\left(\frac{456.+380L+476a+532K}{532}\right)_r-95b\ldots(140),$$

analoga alla precedente (139), la quale ci darà tutti gli anni del secolo dato a' quali corrisponda l'epatta giuliana data e la data lettera domenicale, avvertendo però d'impiegare l'equazione (123) in luogo dell'altra (121), per trovare il valore di a.

Così, volendo trovare gli anni del corrente secolo a' quali corrisponda l'epatta giuliana IV, e la lettera domenicale E, faremo nell'equazione (123), E=4, ed avremo $a=16$, e nella formola (140) faremo L=E=5, a K=18, verrà

$$\left(\frac{456+1900+7616+7776}{532}\right)_r=\left(\frac{17748}{532}\right)_r=192,$$

e togliendo 95 da 192, resta 97, il quale essendo minore di 100, esso sarà uno degli anni cercati; e togliendo di nuovo 95 da 97, il resto 2 sarà un altro anno cercato, e perciò gli anni cercati sono il 1802 ed il 1897.

106. Ecco una tavola analoga a quella esposta qui sopra, la quale serve a trovare con facilità gli anni di un dato secolo a' quali corrisponda una data epatta giuliana ed una data lettera domenicale.

Digitized by Google

							VALORI DI $a-u$																
							0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18
A	B	C	D	E	F	G	19	58	2 97	41	80	24	.	.	.	47	86	30	69	13	52	.	.	.	75
B	C	D	E	F	G	A	57	1 96	40	.	.	.	63	7	46	85	29	68	12	.	.	91	35	74	18
C	D	E	F	G	A	B	0	.	.	79	23	62	6	45	84	28	.	.	.	51	90	34	73	17	56
D	E	F	G	A	B	C	95	39	78	22	61	5	44	.	.	.	67	11	50	89	33	72	16	.	.
E	F	G	A	B	C	D	38	77	21	60	4	.	.	83	27	66	10	49	88	32	.	.	.	55	94
F	G	A	B	C	D	E	76	20	.	.	99	43	82	26	65	9	48	.	.	.	71	15	54	93	37
G	A	B	C	D	E	F	.	.	59	3 98	42	81	25	64	8	.	.	87	31	70	14	53	92	36	.

$c'=0$, $b'=1$
$c'=1$
$c'=2$, $b'=2$
$c'=3$
$c'=4$, $b'=3$
$c'=5$, $b'=0$
$c'=6$

L'uso di questa tavola è simile a quello della precedente posta pel calendario gregoriano. Quindi se vogliamo con questa tavola trovare gli anni del corrente secolo a' quali corrisponda l'epatta giuliana IV e la lettera domenicale E, osserveremo che in questo caso la formola (119) ci dà $u=\left(\frac{90}{19}\right)_r=14$, e che la formola (123) ci dà $a=\left(\frac{11.4+2}{30}\right)_r=\left(\frac{46}{30}\right)_r=16$, e quindi sarà $a-u=16-14=2$, ed essendo pel corrente secolo $c'=\left(\frac{18}{7}\right)_r=4$, perciò nella colonna che ha in testa $c'=4$ si troverà la lettera domenicale data E, ed andando in linea fin sotto al valore 2, trovato per $a-u$, si troveranno i numeri 2 e 97; e perciò gli anni cercati saranno il 1802 ed il 1897, precisamente come abbiamo trovato nel numero 105.

È da notarsi intanto che questa medesima tavola potrà usarsi ancora pel calendario gregoriano, avvertendo però che nella scelta delle colonne delle lettere domenicali dovrà farsi uso dei valori di b', e non già di c', come abbiamo detto nel numero 104.

107. *Probl. V. Dato il giorno della Pasqua, trovare la lettera domenicale e l'epatta corrispondente.*

Supponiamo che P indichi il giorno di marzo in cui debba celebrarsi la Pasqua data; se a questo numero di giorni aggiungiamo 59 giorni per gennaio e febbraio, avremo che la Pasqua data cadrà il giorno 59+P dell'anno. Quindi se da questo numero togliamo quello della lettera domenicale L, per fare cominciare le settimane di lune-

Digitized by Google

di, il resto $59+P-L$ dovrà formare un numero intero di settimane, e perciò sarà esattamente divisibile per 7, e si avrà

$$\left(\frac{59+P-L}{7}\right)_r=0,$$

dalla quale si ricava

$$L=\left(\frac{59+P}{7}\right)_r,$$

e togliendo dal numeratore 56, ch'è moltiplice di 7, resterà

$$L=\left(\frac{P+3}{7}\right)_r \ldots\ldots\ldots\ldots (141);$$

che ci darà la lettera domenicale cercata.

Così, se la Pasqua cadrà a' 19 aprile, come nel corrente anno 1840, sarà $P=19+31=50$ di marzo, e perciò questa formola ci darà

$$L=\left(\frac{50+3}{7}\right)_r=\left(\frac{53}{7}\right)_r=4=D.$$

Dunque per venire la Pasqua a' 19 aprile, è necessario che la lettera domenicale sia D.

108. Se nella formola trovata (141) in luogo di P mettiamo $P+7n$, il risultato non varia, e si otterrà

$$L=\left(\frac{P+7n+3}{7}\right)_r,$$

e togliendo $7n$, ch'è moltiplice di 7, lascerà

$$L=\left(\frac{P+3}{7}\right)_r;$$

ch'è la stessa formola (141). Ne segue per conseguenza che tutte le Pasque che differiscono tra loro di 7 giorni, appartengono alla medesima lettera domenicale. Così se facciamo P=22 di marzo, ne verrà

$$L=\left(\frac{22+3}{7}\right)_r=4=D\ ,$$

e perciò la Pasqua de' 22 di marzo appartiene alla lettera domenicale D, e per conseguenza alla stessa lettera apparterranno ancora tutte le altre Pasque che differiscono tra loro di 7 giorni, cioè quelle de' 29 marzo, de' 5, 12 e 19 di aprile. Similmente si dimostra che alla lettera domenicale E apparterranno le Pasque de' 23 e 30 di marzo, e de' 6, 13 e 20 di aprile; alla lettera F le Pasque de' 24 e 31 marzo, e de' 7, 14 e 21 di aprile; alla lettera G le Pasque de' 25 di marzo, e de' 1, 8, 15 e 22 di aprile; alla lettera A le Pasque de' 26 di marzo, e de' 2, 9, 16 e 23 di aprile; alla lettera B le Pasque de' 27 di marzo e de' 3, 10, 17 e 24 di aprile, ed in fine alla lettera C le Pasque de' 28 di marzo, e de' 4, 11, 18 e 25 di aprile.

109. Per ottenere inseguito la formola che ci desse la corrispondente epatta, riprendiamo l'equazione (40)

$$d=\left(\frac{23+m}{30}\right)_r,$$

dalla quale si ricava

$$\left(\frac{23+m-d}{30}\right)_r=0\ ,$$

e mettendo in luogo di m il suo valore 30—E, si ottiene

$$\left(\frac{23+30-E-d}{30}\right)_r=0\ ;$$

Digitized by Google

dalla quale si ricava

$$E=\left(\frac{53-d}{30}\right)_r \ldots\ldots\ldots\ldots, \quad (142).$$

Ora dall' equazione (42) $22+d+e=P$, si ha $d+e=P-22$, e siccome $d<30$, ed $e<7$, perciò sarà facile di ricavare dalla medesima equazione $d+e=P-22$ tutti i valori di d soddisfacenti a queste condizioni, ed in seguito da' valori di d, ricavare quelli di E, mercè l' equazione (142). Per esempio, se la Pasqua cade a' 26 di marzo, sarà $P=26$, e perciò la formola (141) ci darà $L=1=A$. Di più essendo $22+d+e=26$, sarà $d+e=26-22$, e quindi $d+e=4$, onde potrà essere $d=0$, 1, 2, 3, 4. Sostituendo successivamente ciascuno di questi valori nella formola (142), si ricava $E=23$, 22, 21, 20, 19, e queste saranno le epatte cercate, ed in conseguenza per aver luogo la Pasqua a'26 di marzo, la lettera domenicale dev' essere A, e l' epatta deve avere uno di questi valori XXIII, XXII, XXI, XX, XIX.

Sia per secondo esempio da determinarsi la lettera domenicale e l'epatta corrispondente, quando la Pasqua cade a' 14 aprile. Sàrà in tal caso $P=14+31=45$. Posto questo valore nella formola (141), si ricava $L=6=F$, e perciò la lettera domenicale cercata sarà F. Di più, essendo $d+e=P-22$, ossia $d+e=45-22=23$, perciò potrà essere $d=17$, 18, 19, 20, 21, 22, 23, e sostituendo ciascuno di questi valori nella formola (142), si ottiene $E=6$, 5, 4, 3, 1, 0. Onde per cadere la Pasqua a' 14 aprile, dovrà essere la lettera domenicale F, e l'epatta deve avere uno di questi valori VI, V, IV, III, II, I, *.

110. È da notarsi intanto, che siccome le

Digitized by Google

epatte XXVI e 25 stanno insieme notate a fianco de' 4 aprile, e che le epatte XXV e XXIV stanno insieme segnate a fianco de' 5 aprile, perciò quando la formola (142) ci dà XXVI per uno de' valori dell' epatta, bisogna aggiungervi l' epatta 25 di diverso carattere, e quando uno de' valori dell' epatta è XXV, bisogna aggiungervi ancora XXIV. Per esempio, volendo determinare la lettera domenicale e l'epatta corrispondente, quando la Pasqua cade a'24 di aprile, sarà $P=24+31=55$, e posto questo valore nella formola (141), si ricava $L=2=B$, e perciò la lettera domenicale cercata sarà B. Di più, essendo $d+e=55-22=33$, ne segue che potrà essere $d=27$, 28, 29; e posto ciascuno di questi valori nella formola (142), si ricava E=XXVII, XXVI, XXV, e siccome l' epatta XXVI va unita all'altra 25 di diverso carattere, e che l' epatta XXV va unita all' altra XXIV, perciò tutti i valori di E saranno

E=XXVII, XXVI, 25, XXV, XXIV,

e queste saranno le epatte che debbono aver luogo, affinchè la Pasqua possa cadere a' 14 aprile.

111. È da avvertirsi ancora, che dando a P tutti i valori possibili da' 22 di marzo fino a' 25 di aprile inclusivo, si ricaveranno tutte le lettere domenicali e tutte le epatte corrispondenti che debbono aver luogo, affinchè la Pasqua cada in ciascuno de' giorni fissati. In questo modo è stata formata la seguente tavola:

Digitized by Google

LETTERE domenicali.	EPATTE.	PASQUA.
D	XXIII	22 marzo
	XXII , XXI , XX , XIX , XVIII , XVII , XVI.	29 marzo
	XV , XIV , XIII , XII , XI , X , IX	5 aprile
	VIII , VII , VI , V , IV , III , II.	12 aprile
	I.*, XXIX, XXVIII, XXVII, XXVI, 25, XXV, XXIV.	19 aprile
E	XXIII , XXII	23 marzo
	XXI , XX , XIX , XVIII , XVII , XVI , XV . . .	30 marzo
	XIV , XIII , XII , XI , X , IX , VIII.	6 aprile
	VII , VI , V , IV , III , II , I	13 aprile
	*, XXIX, XXVIII, XXVII, XXVI, 25, XXV, XXIV.	20 aprile
F	XXIII , XXII , XXI	24 marzo
	XX , XIX , XVIII , XVII , XVI , XV , XIV . . .	31 marzo
	XIII , XII , XI , X , IX , VIII , VII	7 aprile
	VI , V , IV , III , II , I , *.	14 aprile
	XXIX, XXVIII , XXVII, XXVI, 25 , XXV, XXIV.	21 aprile
G	XXIII , XXII , XXI , XX	25 marzo
	XIX , XVIII , XVII , XVI , XV , XIV , XIII .	1 aprile
	XII , XI , X , IX , VIII , VII , VI	8 aprile
	V , IV , III , II , I , * , XXIX	15 aprile
	XXVIII , XXVII , XXVI , 25 , XXV , XXIV. . .	22 aprile
A	XXIII , XXII , XXI , XX , XIX.	26 marzo
	XVIII , XXVII, XVI , XV , XIV , XIII , XII .	2 aprile
	XI , X , IX , VIII , VII , VI , V.	9 aprile
	IV , III , II , I , * , XXIX , XXVIII	16 aprile
	XXVII , XXVI , 25 , XXV , XXIV	23 aprile
B	XXIII , XXII , XXI , XX , XIX , XVIII . . .	27 marzo
	XVII , XVI , XV , XIV , XIII , XII , XI . . .	3 aprile
	X , IX , VIII , VII , VI , V , IV	10 aprile
	III , II , I , * , XXIX , XXVIII , XXVII . .	17 aprile
	XXVI , 25 , XXV , XXIV	24 aprile
C	XXIII , XXII , XXI , XX , XIX , XVIII , XVII .	28 marzo
	XVI , XV , XIV , XIII , XII , XI , X	4 aprile
	IX , VIII , VII , VI , V , IV , III	11 aprile
	II , I , * , XXIX , XXVIII , XXVII , XXVI , 25.	18 aprile
	XXV , XXIV	25 aprile

Digitized by Google

112. Questa tavola potrà servire a trovare prontamente, e senza calcolo alcuno, il giorno della Pasqua, sapendo la lettera domenicale e l'epatta di un anno dato. Per esempio, volendo trovare in qual giorno cade la Pasqua dell'anno corrente 1840, per lo quale la lettera domenicale è D, e l'epatta è XXVI, si troverà in questa tavola la lettera domenicale D, e nella casella delle epatte si troverà l'epatta data XXVI, ed andando in linea fin' alla colonna della Pasqua, si troverà notato il 19 aprile; onde la Pasqua del 1840 è a' 19 aprile.

Similmente volendo conoscere in che giorno cadde la Pasqua del 1759, sapendo che la lettera domenicale fu G, e l'epatta I, si troverà la lettera data G, e nella casella delle epatte si troverà l'epatta data I, ed andando in linea fino alla colonna della Pasqua, si troverà segnato il 15 aprile: si conchiuderà perciò che la Pasqua del 1759 cadde a' 15 aprile.

Intanto perchè tutte le feste mobili dipendono dalla Pasqua, siccome abbiamo veduto nel numero 55 e seguenti, perciò possiamo estendere questa tavola in modo da comprendervi ancora tutte le altre feste mobili, affinchè data l'epatta e la lettera domenicale di un anno qualunque, si possano sollecitamente, e senza calcolo alcuno, trovare tutte le feste mobili di quell' anno dato. Quindi se per ciascuna delle 35 Pasque notate nella esposta tavola si determineranno le rimanenti feste mobili, mediante le formole del numero 64, e che queste si scrivano di seguito alle rispettive loro Pasque, verrà a costruirsi la tavola cercata, ch'è la seconda di quelle poste alla fine dell' opera.

Intanto è da notarsi che tanto le formole (141) e (142) trovate in questo problema, quanto la ta-

Digitized by Google

vola posta qui avanti, e quella posta alla fine dell'opera, si applicano egualmente al calendario giuliano, usando lo stesso metodo che abbiamo esposto pel calendario gregoriano.

113. *Prob. VI. Trovare tutti gli anni di un secolo dato, ne' quali la Pasqua cadrà a' 22 di marzo.*

Facendo nell' equazione (141) P=22, risulta L=4=D; e perciò per aver luogo la Pasqua a' 22 di marzo, la lettera domenicale dev'essere D. In oltre essendo per l' equazione (42) $22+d+e=P$, sarà pel caso in questione $22+d+e=22$, e perciò $d+e=0$, e quindi dovrà essere $d=0$, ed $e=0$. Per la qual cosa facendo $d=0$, nell' equazione (142), si ricava E=23. Dunque per cadere la Pasqua a' 22 di marzo, non solamente dev' essere D la lettera domenicale, ma è necessario ancora che l' epatta sia XXIII. Onde per trovare tutti gli anni di un dato secolo ne' quali la Pasqua cade a' 22 di marzo, basta trovare quelli che hanno per lettera domenicale D, e per epatta XXIII; questione da noi risoluta nel num.° 97, ed ivi abbiamo ricavata la formola (139) che ci dà tutti gli anni cercati.

Esempio I.° Siano, per esempio, da determinarsi gli anni del passato secolo ne' quali la Pasqua cadde a' 22 di marzo. Faremo nella formola (121), E=XXIII, M=23, ed avremo così

$$a=\left(\frac{11.23+11.23+17}{30}\right)_r=\left(\frac{523}{30}\right)_r=13.$$

Indi facendo nella formola (139) $b'=1$, L=D=4, K=17, ed $a=13$ avremo

$$\left(\frac{152+38+1520+6188+238}{532}\right)_r=\left(\frac{11784}{532}\right)_r=156,$$

e togliendo 95 da questo risultato, resta 61, il

quale essendo minore di 100, ne segue che nel secolo passato non vi fu che il solo anno 1761, nel quale la Pasqua cadde a' 22 di marzo.

Esempio II.° Del pari proponiamoci di trovare gli anni del 35.mo secolo, ne' quali la Pasqua cadrà a' 22 di marzo. Essendo in questo caso $K=34$, si ricava dalla formola (33), ovvero dalla tavola del numero 52, che $M=0$; onde nella formola (121) faremo $M=0$, ed $E=23$, ed avremo $a=0$. Indi nella formola (139) faremo $b'=2$, $L=D=4$, $a=0$, e $K=34$, ed avremo per risultato 96, dal quale togliendo 95, resta 1, e perciò nel secolo dato vi saranno due anni, cioè il 3401 ed il 3496 ne' quali la Pasqua cadrà a' 22 di marzo.

114. Se nell' equazione (121) facciamo $E=23$, avremo, dopo le riduzioni

$$a=\left(\frac{11M}{30}\right)_r \ldots\ldots\ldots\ldots (143),$$

e siccome dev' essere $a<19$, ne segue che non in tutti i secoli vi sono degli anni per i quali la Pasqua cade a' 22 di marzo, giusta perchè non in tutti i secoli il valore di M è tale che dia $\left(\frac{11M}{30}\right)_r<19$. Quindi per trovare tra i valori di M quelli che soddisfano a questa condizione, osserviamo che dall'equazione precedente (143) si ricava,

$$\left(\frac{11M-a}{30}\right)_r=0,$$

la quale moltiplicata per 19, dà

$$\left(\frac{209M-19a}{30}\right)_r=0,$$

ed accrescendo il numeratore della quantità $30a - 210M$, ch'è moltiplice di 30, e che perciò non fa variare il risultato, e riducendo, verrà

$$\left(\frac{11a - M}{30}\right)_r = 0,$$

dalla quale si ricava

$$M = \left(\frac{11a}{30}\right)_r \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (144).$$

Ora in questa formola dando ad a tutti i possibili valori da zero fino a 18, si ricavano i seguenti risultati

$a = 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 14, 15, 16, 17, 18$
$M = 0, 11, 22, 3, 14, 25, 6, 17, 28, 9, 20, 1, 12, 23, 4, 15, 26, 7, 18$

tra i quali valori di M non trovandosi

2, 9, 8, 10, 13, 16, 19, 22, 24, 27, 29,

ne segue, che quando in un secolo dato la quantità M ha per valore uno de' numeri di questa ultima serie, sarà certo che in quel secolo non vi sarà anno alcuno che abbia la Pasqua a' 22 di marzo. Ed in fatti se ciascuno di questi undici valori di M si mette nella formola (144), si avrà sempre $a > 18$, il chè non potrà aver luogo. Così per i secoli 27mo, 28mo, 29mo, essendo $M = 27$, sarà certo che nel corso di questi secoli non si darà anno alcuno che abbia la Pasqua a' 22 di marzo.

115. Ad oggetto intanto di facilitare la ricerca degli anni di un dato secolo ne' quali la Pasqua cade a' 22 di marzo, soggiungiamo le seguenti tavole:

TAVOLA 1.ª

M . . . . a
0 . . . 0
1 . . . 11
3 . . . 3
4 . . . 14
6 . . . 6
7 . . . 17
9 . . . 9
11 . . 1
12 . . 12
14 . . 4
15 . . 15
17 . . 7
18 . . 18
20 . . 10
22 . . 2
23 . . 13
25 . . 5
26 . . 16
28 . . 8

TAVOLA 2.ª

a−u	b′=0	b′=1	b′=2	b′=3
0	76	95	57	.
1	20	39	1,96	.
2	.	78	40	59
3	.	22	.	3,98
4	99	61	.	42
5	43	5	.	81
6	82	44	63	25
7	26	.	7	64
8	65	.	46	8
9	9	.	85	.
10	48	67	29	.
11	.	11	68	87
12	.	50	12	31
13	.	89	.	70
14	71	33	.	14
15	15	72	91	53
16	54	16	35	92
17	93	.	74	36
18	37	.	18	.

Digitized by Google

Questa tavola e la formola (33) bastano a farci trovare gli anni cercati.

116. *Esempio I.°* Volendo trovare gli anni del corrente secolo ne' quali la Pasqua cadrà a' 22 di marzo, avremo in questo caso $K=18$; perciò la formola (33), ovvero la tavola del numero 52, ci darà $M=23$, e la formola (119) ci darà $u=\left(\frac{90}{19}\right)_r=14$. Ora nella prima tavola a sinistra si trova che il valore 23 di M corrisponde ad $a=13$, e togliendo da 13 il valore di u, ch' è 14, verrà $13-14=13+19-14=18$. Indi nella seconda tavola, e propriamente nella colonna $a-u$, si troverà questo numero 18, ed andando in linea fin sotto alla colonna che ha in testa $b'=2$, ch' è quella del corrente secolo, per essere $b'=\left(\frac{18}{4}\right)_r=2$, si troverà segnato il numero 18: quindi si dirà che in questo secolo nel solo 1818 cadde la Pasqua a' 22 di marzo.

Esempio II.° Volendo trovare gli anni del passato secolo ne' quali la Pasqua cadde a' 22 di marzo, avremo $K=17$, e la formola (33), o la tavola del numero 52, ci darà $M=23$; e di più la formola (119) ci darà $u=\left(\frac{85}{19}\right)_r=9$. Onde nella prima tavola si trova che il valore 23 di M corrisponde ad $a=13$, e togliendo da 13 il valore 9 di u, si avrà $a-u=13-9=4$. Indi nella seconda tavola, e propriamente nella colonna $a-u$, si troverà questo numero 4, ed andando in linea fin sotto alla colonna che ha in testa $b'=1$, per essere nel secolo passato $b'=\left(\frac{17}{4}\right)_r=1$, si troverà

Digitized by Google

segnato 61, dal che si conchiuderà che nel passato secolo il solo anno 1761 ebbe la Pasqua a' 22 marzo; precisamente come abbiamo trovato nel primo esempio del numero 113.

117. Abbiamo veduto che per cadere la Pasqua a' 22 di marzo dev' essere la lettera domenicale D, e l'epatta XXIII. Quindi se nella formola (123) facciamo E=23, avremo $a=15$, e perciò nella formola (140) facendo L=D=4, ed $a=15$, ne risulterà

$$m=\left(\frac{72+432K}{532}\right)_r-95b \;.\;.\;.\;.\;.\; (145),$$

che ci darà gli anni del secolo K ne' quali la Pasqua giuliana cadrà a' 22 di marzo.

Così, se vogliamo gli anni del corrente secolo ne' quali la Pasqua giuliana cade a' 22 di marzo, faremo in questa formola K=18, ed avremo

$$\left(\frac{72+432K}{532}\right)_r=\left(\frac{7848}{532}\right)_r=400,$$

ed essendo il risultato 400 maggiore di 384, ne segue (num.° 99.) che nel secolo corrente non vi sono anni che abbiano la Pasqua giuliana a' 22 di marzo.

Se nella formola precedente (145) facciamo K=19, si ricaverà per risultato

$$\left(\frac{72+8208}{532}\right)_r=\left(\frac{8280}{532}\right)_r=300,$$

dal quale risultato 300 togliendo 285, ch'è il triplo di 95, il resto 15 darà l'anno cercato, e perciò nel secolo futuro non vi sarà che il solo anno 1915, che avrà la Pasqua giuliana a' 22 di marzo.

118. Ecco una tavola analoga a quella del numero precedente, con la quale si trovano facilmente gli anni di un dato secolo ne' quali la Pasqua giuliana cade a' 22 di marzo.

Digitized by Google

u	$c'=0$	$c'=1$	$c'=2$	$c'=3$	$c'=4$	$c'=5$	$c'=6$
0	72	34	91	.	53	15	.
1	33	90	.	52	14	71	.
2	89	51	.	13	70	.	32
3	50	.	12	69	31	.	88
4	11	.	68	30	87	.	49
5	67	.	29	86	.	48	10
6	.	28	85	47	.	9	66
7	.	84	46	.	8	65	27
8	.	45	7	.	64	26	83
9	44	6	63	.	25	82	.
10	5	62	.	24	81	43	.
11	61	23	.	80	42	99	4
12	22	79	.	41	3.98	.	60
13	78	.	40	2,97	59	.	21
14	39	.	1,96	58	.	20	77
15	95	0	57	19	.	76	38
16	.	56	18	75	.	37	94
17	.	17	74	.	36	93	55
18	16	73	35	.	92	54	.

119. Proponiamoci di trovare con l' aiuto di questa tavola gli anni del futuro secolo ne' quali la Pasqua giuliana cadrà a' 22 di marzo. Poichè nel secolo futuro si ha $c'=\left(\frac{19}{7}\right)_r=5$, e che la formola (119) ci dà $u=\left(\frac{95}{19}\right)_r=0$, perciò nella prima colonna a sinistra troveremo il valore zero di u, ed andando in linea fino alla colonna che ha in testa $c'=5$, ch' è quella del futuro secolo, troveremo notato il numero 15, e questo sarà l' anno cercato, cioè che il 1915 avrà la Pasqua giuliana a' 22 di marzo, precisamente come abbiamo trovato con la formola (145).

Similmente volendo gli anni del 53.mo secolo ne' quali la Pasqua giuliana cadrà a' 22 di marzo, sarà $K=52$, $c'=\left(\frac{52}{7}\right)_r=3$, ed $u=\left(\frac{260}{19}\right)_r=13$. Quindi trovato questo valore nella prima colonna a sinistra, ed andando in linea fin sotto alla colonna che ha in testa $c'=3$, ch' è quella del secolo dato, si trovano segnati i numeri 2 e 97; onde gli anni cercati saranno 5202 ed il 5297.

Ecco una serie di anni ne' quali la Pasqua gregoriana cade a' 22 di marzo

1693, 1761, 1818, 2285, 2353, 2337, 2505, 2971, 3029, 3401, 3496, 3564, 3648, 3716, 4308, 5299, 5671, 6043, 6193, 6263, 6415, 6635, 6798, 6882, 6950, 7322, 7474, 7542, 7637, 7789, 8142.

Digitized by Google

120. *Probl. VII. Trovare tutti gli anni di un dato secolo ne' quali la Pasqua cadrà a' 25 di aprile.*

Siccome il 25 di aprile corrisponde a' 56 di marzo, perciò facendo nella formola (141) $P=56$, ne risulta $L=3=C$. Di più, essendo $22+d+e=P$, dovrà essere $22+d+e=56$, e quindi $d+e=34$; onde potrà essere solamente $d=29$, e $d=28$. Quindi nella formola (142) facendo successivamente $d=29$, e $d=28$, si ricava $E=24$, ed $E=25$. Dunque per cadere la Pasqua a' 25 di aprile dev' essere la lettera domenicale C, e l' epatta XXIV, o pure XXV; avvertendo però che quando l' epatta è XXV, è necessario che si abbia $a<10$, altrimenti avrà luogo la prima eccezione stabilita nel numero 44, e nella nota del numero 54, in virtù della quale eccezione la Pasqua non sarà più a' 25 di aprile, ma bensì a' 18. Ciò posto, facciamo nella formola (121) $E=24$, ed $E=25$, si ricava

$$a=\left(\frac{11M+11}{30}\right)_r \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (146),$$

$$a=\left(\frac{1M+22}{30}\right)_r \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (147).$$

Se la prima di queste formole desse $a>18$, sarà manifesto che nel secolo dato non vi saranno anni che avessero per epatta XXIV, e se inoltre la seconda di queste formole desse $a>10$, sarà del pari evidente che nel secolo dato non vi sarà anno alcuno che abbia la Pasqua a' 25 di aprile. Quindi affinchè nel secolo dato vi sieno degli anni che avessero la Pasqua a' 25 di aprile, è necessario che la lettera domenicale sia C, e che si abbia di più

Digitized by Google

$$\left(\frac{11M+11}{30}\right)_r < 19, \quad \text{ovvero} \quad \left(\frac{11M+22}{30}\right)_r < 11.$$

121. Segue da ciò, che per trovare gli anni di un dato secolo ne' quali la Pasqua cadrà a' 25 di aprile, basterà trovare tutti quelli che abbiano per lettera domenicale C, e per epatta XXIV, o pure XXV; e perciò si ricade sul problema IV. Quindi sostituendo nella formola (139) in luogo di L il suo valore 3, ed in vece di a mettendo successivamente ciascuno de' valori ricavati dalle due equazioni (146) e (147), si otterranno in questo modo gli anni cercati.

122. *Esempio I.°* Volendo trovare gli anni del corrente secolo ne' quali la Pasqua cadrà a' 25 di aprile, faremo $M=23$ in ciascuna delle formole (146) e (147), e si ricava dalla prima $a=24$, e dalla seconda $a=5$; e siccome il primo di questi valori è maggiore di 18, ne segue che in questo secolo non vi sarà anno alcuno che avrà per epatta XXIV; e perciò resta a valerci del secondo valore, cioè di $a=5$. Facendo dunque nella formola (139) $L=3$, $b'=2$, $a=5$, $K=18$, si ricava

$$\left(\frac{152+76+1150+2380+252}{512}\right)_r = \left(\frac{4000}{512}\right)_r = 276,$$

e togliendo da questo risultato prima 95, e poscia 190, restano 181 ed 86, de' quali residui essendo il solo 86 minore di 100, ne segue che nel solo anno 1886 la Pasqua gregoriana cadrà a' 25 di aprile.

Esempio II.° Similmente volendo gli anni del secolo futuro ne' quali la Pasqua cadrà a' 25 di aprile, osserveremo che nel futuro secolo essendo $M=24$, le due formole (146) e (147) ci daranno

Digitized by Google

$a=5$, ed $a=16$, e perchè questo secondo valore è maggiore di 10, lo tralasceremo, e considereremo solamente $a=5$. Facendo quindi $b'=3$, $L=3$, $a'=5$, e $K=19$ nella formola (139) si ottiene per risultato 328, dal quale togliendo successivamente 95, 190, 285, restano 233, 158 e 43. Di questi tre residui essendo il solo 43 minore di 100, ne segue che nel 1943 solamente la Pasqua cadrà a' 25 di aprile.

123. È da notarsi intanto che dall' equazione (146) si ricava

$$\left(\frac{11M+11-a}{30}\right)_r=0,$$

che moltiplicata per 19, diventa

$$\left(\frac{209M+209-19a}{30}\right)_r=0,$$

ed aggiungendo al numeratore la quantità $30a-210M-180$, la quale essendo moltiplice di 30, non fa variare il risultato, verrà dopo le riduzioni

$$\left(\frac{11a+29-M}{30}\right)_r=0,$$

dalla quale si ricava

$$M=\left(\frac{11a+29}{30}\right)_r.$$

Ora mettendo in luogo di a successivamente tutti i suoi valori da zero fino a 18, si ottiene

$a=$ 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 14, 15, 16, 17, 18,
$M=$ 29, 10, 21, 2, 13, 24, 5, 16, 27, 8, 19, 0, 11, 22, 3, 14, 25, 6, 17,

dunque affinchè nel dato secolo vi siano degli an-

Digitized by Google

ni che abbiano per epatta XXIV, dev'essere il valore di M uno de' numeri qui notati.

Similmente dall' equazione (147) si ricava

$$\left(\frac{11M+22-a}{30}\right)_r=0,$$

che moltiplicata per 19, diventa

$$\left(\frac{209M+418-19a}{30}\right)_r=0,$$

ed accrescendo il numeratore della quantità $30a-210M-390$, e riducendo, verrà

$$\left(\frac{11a+28-M}{30}\right)_r=0,$$

dalla quale si ricava

$$M=\left(\frac{11a+28}{30}\right)_r,$$

e mettendo in luogo di a successivamente 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, si avrà

$a=$ 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10,
M=28, 9, 20, 1, 12, 23, 4, 15, 26, 7, 18.

Onde, affinchè in un dato secolo vi siano degli anni che abbiano l' epatta XXV propria a dare la Pasqua a' 25 di aprile, dev' essere M uno de' valori qui notati.

124. Intanto per agevolare la ricerca degli anni di un dato secolo ne' quali la Pasqua gregoriana cade a' 25 di aprile, soggiungiamo la seguente tavola, con la quale operando come abbiamo detto nel numero 115, si avranno gli anni cercati.

Digitized by Google

TAVOLA 1.ª

M. . . . a	M . . . . a
0 . . 11	15. . 7
1 . . 3	16. . 7
2 . . 3	17. . 18
3 . . 14	18. . 10
4 . . 6	19. . 10
5 . . 6	20. . 2
6 . . 17	21. . 2
7 . . 9	22. . 13
8 . . 9	23. . 5
9 . . 1	24. . 5
10. . 1	25. . 16
11. . 12	26. . 8
12. . 4	27. . 8
13. . 4	28. . 0
14. . 15	29. . 0

TAVOLA 2.ª

a—u	b′=0	b′=1	b′=2	b′=3
0	38	0	19	76
1	77	.	58	20
2	21	.	2.97	.
3	60	79	41	.
4	4	23	80	99
5	.	62	24	43
6	.	6	.	82
7	83	45	.	26
8	27	84	.	65
9	66	28	47	9
10	10	.	86	48
11	49	.	30	.
12	88	.	69	.
13	32	51	13	.
14	.	90	52	71
15	.	34	.	15
16	.	73	.	54
17	55	17	.	93
18	94	56	75	37

Digitized by Google

Volendo con questa tavola trovare gli anni del 31.mo secolo ne' quali la Pasqua cadrà a' 25 di aprile, osserveremo che quando K=30 la formola (33), ovvero la tavola del numero 52 ci dà M=28. Ora nella prima tavola si vede che il valore 28 di M corrisponde ad $a=0$. Di più la formola (119) ci dà $u=\left(\frac{150}{19}\right)_r=17$, e perciò sarà $a-u=0-17=0+19-17=2$.

Indi nella seconda tavola, e propriamente nella colonna $a-u$, si troverà questo numero 2, ed andando in linea fino alla colonna che ha in testa $b'=2$, propria del secolo dato per essere $b'=\left(\frac{30}{4}\right)_r=2$, si troveranno notati i numeri 2 e 97, dal che si conchiude che nel secolo dato gli anni ne' quali cadrà la Pasqua a' 25 di aprile saranno il 3002 ed il 3097.

Similmente per trovare gli anni del passato secolo ne' quali la Pasqua cadde a' 25 di aprile, osserveremo che nel secolo passato si ebbe M=23, onde trovando questo numero nella prima tavola, si vede che corrisponde ad $a=5$. Di più essendo per la formola (119) $u=\left(\frac{85}{19}\right)_r=9$, sarà $a-u=5-9=5+19-9=15$. Quindi trovando questo valore nella prima colonna della seconda tavola, ed andando in linea fino alla colonna che ha in testa $b'=1$, per essere $b'=\left(\frac{17}{4}\right)_r=1$, si trova segnato 34, e perciò ne seguirà che nel passato secolo venne la Pasqua a' 25 di aprile nel solo anno 1734.

Ecco una serie di anni ne' quali la Pasqua gregoriana cade a' 25 di aprile

1666, 1734, 1886, 1943, 2038, 2190, 2258, 2326, 2410, 2573, 2630, 2782, 2877, 2945, 3002, 3097, 3154, 3249, 3306, 3469, 3537, 3621, 3784, 3841, 3993, 4088, 4156, 4224, 4376, 4528, 4748, 4900, 5120, 6483, 6771, 6855, 6923, 7075, 7227, 7390, 7447, 7515, 7610, 7762, 7819, 7982, 8066, 8134, 8202.

125. Abbiamo osservato in questo problema che per cadere la Pasqua gregoriana a' 25 di aprile è necessario che la lettera domenicale sia C, e che l' epatta sia XXV, o pure XXIV. Ma nel calendario giuliano l' epatta XXIV non potrà mai aver luogo, ossia che nessun' anno può avere per epatta giuliana XXIV, dappoichè nella tavola perpetua delle epatte giuliane, posta alla pagina 66, non vi è compresa l' epatta XXIV; oltre di che, se nella formola (123) facciamo $E=24$, troveremo $a=26$, cioè maggiore di 18, il che è impossibile; dunque è ancora impossibile che nel calendario giuliano possa aver luogo l' epatta XXIV. Quindi per avere la Pasqua giuliana a' 25 di aprile, dovrà essere la lettera domenicale C, e l' epatta XXV. Onde se nella formola (123) facciamo $E=25$, troveremo $a=7$, e perciò facendo nella formola (140) $L=3$, ad $a=7$, e riducendo, si avrà

$$m=\left(\frac{140+432K}{532}\right)_r-95b \quad \ldots\ldots (148),$$

la quale ci darà tutti gli anni del secolo dato ne' quali la Pasqua giuliana cadrà a' 25 di aprile.

Volendo, per esempio, gli anni del corrente

Digitized by Google

secolo ne' quali la Pasqua giuliana cadrà a' 25 di aprile, faremo in questa formola K=18, ed avremo

$$\left(\frac{140+7776}{532}\right)_r=468,$$

ed essendo questo risultato maggiore di 384, ne segue (num.° 99.) che nel corrente secolo non vi sarà anno alcuno che abbia la Pasqua giuliana a' 25 di aprile.

Volendo del pari gli anni del secolo futuro ne' quali la Pasqua giuliana cadrà a' 25 di aprile, faremo in questa formola K=19, ed avremo

$$\left(\frac{140+8208}{532}\right)_r=368,$$

e togliendo da questo risultato 285, ch' è il triplo di 95, il resto 83 sarà l' anno cercato. Dunque nel secolo futuro non vi sarà che il solo anno 1983 che avrà la Pasqua giuliana a' 25 di aprile.

126. Intanto per facilitare la ricerca degli anni di un secolo dato ne' quali la Pasqua giuliana cadrà a' 25 di aprile, esponiamo la seguente tavola, analoga a quella del numero precedente.

Digitized by Google

u	$c'=0$	$c'=1$	$c'=2$	$c'=3$	$c'=4$	$c'=5$	$c'=6$
0	45	7	.	64	26	83	.
1	6	63	.	25	82	.	44
2	62	.	24	81	43	.	5
3	23	.	80	42	99	4	61
4	79	.	41	3,98	.	60	22
5	.	40	2,97	59	.	21	78
6	.	1,96	58	.	20	77	39
7	0	57	19	.	76	38	95
8	56	18	75	.	37	94	.
9	17	74	.	36	93	55	.
10	73	35	.	92	54	.	16
11	34	91	.	53	15	.	72
12	90	.	52	14	71	.	33
13	51	.	13	70	.	32	89
14	.	12	69	31	.	88	50
15	.	68	30	87	.	49	11
16	.	29	86	.	48	10	67
17	28	85	47	.	9	60	.
18	84	46	.	8	65	27	.

Digitized by Google

Volendo trovare con l' aiuto di questa tavola gli anni del passato secolo ne' quali la Pasqua giuliana cadde a' 25 di aprile, osserveremo che la formola (119) nel caso di K=17, ci dà $u=\left(\frac{85}{19}\right)_r=9$, e che di più si ha $c'=\left(\frac{17}{7}\right)_r=3$. Onde trovando questo numero nella prima colonna a sinistra, la quale contiene i valori di u, ed andando in linea fino alla colonna che ha in testa $c'=3$, troveremo notato 36, e perciò si dirà che nel passato secolo il solo anno 1736 ebbe la Pasqua giuliana a' 25 di aprile.

Del pari volendo trovare gli anni del 21mo secolo ne' quali la Pasqua giuliana cadrà a' 25 di aprile, faremo K=20 nella formola (119), ed avremo $u=\left(\frac{100}{19}\right)_r=5$, ed essendo di più $c'=\left(\frac{20}{7}\right)_r=6$, perciò trovando 5 nella prima colonna, ed andando in linea fino alla colonna che ha in testa $c'=6$, si troverà segnato 78; onde l'anno cercato sarà il 2078.

127. *Probl. VIII. Trovare tutti gli anni di un dato secolo ne' quali la Pasqua cadrà a' 19 di aprile, quantunque dalla formola* (42) *risultasse a' 26 di aprile.*

Siccome il 26 corrisponde a' 57 di marzo, perciò sarà P=57, e posto questo valore nella formola (141), si ottiene L=4=D. Di più essendo $22+d+e=P$. nel caso attuale sarà $22+d+e=57$, e perciò sarà $d+e=35$, e quindi dovrà essere necessariamente $d=29$, dacchè se d fosse minore di 29,

Digitized by Google

sarebbe e maggiore di 6, il che è impossibile (a). Ora facendo $d=29$ nella formola (142), si ricava $E=24$, dal che segue che per venire la Pasqua a' 19 di aprile, quantunque dalla formola (42) risultasse a' 26, dovrà essere la lettera domenicale D, e l'epatta XXIV; appunto come dicemmo nel num.° 44.

Ciò posto, abbiamo veduto nel numero 123, che nel caso di $E=24$, la formola (146) per darci $a<19$ dev' essere

$a=$ 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 14, 15, 16, 17, 18,
$M=$ 29, 10, 21, 2, 13, 24, 5, 16, 27, 8, 19, 0, 11, 22, 3, 14, 25, 6, 17,

e perciò quando per un secolo dato il valore di M non si trova notato tra i numeri di questa seconda serie, sarà certo che in quel secolo non vi sarà anno alcuno che abbia per epatta XXIV, e per conseguenza che abbia la Pasqua a' 19 di aprile, quantunque dalla formola (42) risultasse a' 26.

Per esempio, tanto pel secolo passato che pel corrente $M=23$, e questo valore non trovandosi in questa serie, ne segue che nel passato e nel corrente secolo, non vi fu, e non vi sarà anno alcuno nel quale la Pasqua risultasse dalla formola (42) a' 26 di aprile.

128. Supposto dunque che il valore di M appartenente al secolo dato, sia compreso nella qui sopra indicata serie, ne seguirà che per trovare gli anni del secolo dato soddisfacenti alla questione, si dovrà mettere nella formola (139) in luogo di L il suo valore 4, ed in vece di b', a, K i valori che hanno nel secolo dato; il risultato sarà l' anno cercato.

(a) Questo risultato di $d=29$ coincide con quanto dicemmo nella nota della pagina 109.

Digitized by Google

Così, volendo conoscere in quali anni del futuro secolo la Pasqua cadrà a' 19 di aprile, quantunque dalla formola (42) risultasse a' 26, osserveremo che nel secolo futuro M=24, e che perciò la formola (146), ovvero la sopra indicata serie, ci dà $a=5$. Facendo dunque nella formola (139) $b'=3$, L=4, $a=5$, K=19, si avrà

$$\left(\frac{152+114+1520+2380+266}{532}\right)_r=\left(\frac{4432}{532}\right)_r=176,$$

e da questo risultato togliendo 95, resta 81, e perciò si conchiuderà che nel secolo futuro il solo anno 1981 è tale che la Pasqua cadrà a' 19 di aprile, quantunque dalla formola (42) risultasse a' 25, e che prima di tal' epoca non vi potrà essere alcun altro anno soggetto a questa eccezione; appunto come dicemmo nel numero 44.

Volendo del pari conoscere in quali anni del secolo 23.mo la formola (42) ci dà la Pasqua a' 26 di aprile, osserveremo che nel 23.mo secolo M=25, e perciò dalla formola (146), ovvero dalla serie de' valori di M posta nel numero precedente, si ricava $a=16$. Onde nella formola (139) facendo $b'=2$, L=4, $a=16$, e K=22, si ricava

$$\left(\frac{152+76+1520+7616+308}{532}\right)_r=\left(\frac{4352}{532}\right)_r=96,$$

e togliendo 95 da questo risultato, resta 1, e perciò gli anni cercati sono il 2201 ed il 2296.

129. È da avvertirsi intanto che siccome la formola (143) ci dà i valori di a pel caso in cui si volessero gli anni di un dato secolo ne' quali la Pasqua cade a' 22 di marzo, e siccome questa

Digitized by Google

formola (143) si cambia nell'altra (146) quando nella prima mettiamo $M+1$ in luogo di M, perciò possiamo dedurne, che tutti gli anni di un dato secolo ne'quali la Pasqua cade a' 19 aprile, quantunqne dalla formola (42) risultasse a' 26, sono quegli stessi ne' quali la Pasqua cadrebbe a' 22 di marzo, qualora il valore che ha M nel secolo dato si aumentasse dell' unità.

Segue da ciò che gli anni per i quali la formola (42) dà la Pasqua a' 26 di aprile, possono trovarsi ancora con l' aiuto delle tavole del numero (115), a quale oggetto basterà di accrescere di una unità il valore che ha M nel secolo dato, e poi col numero che ne risulta, e con l'aiuto delle indicate tavole si troveranno gli anni del secolo dato ne' quali la Pasqua cadrà a' 22 di marzo: questi saranno ancora gli anni del secolo dato ne' quali la Pasqua cadrà a' 19 aprile, quantunque dalla formola (42) risultasse a' 26. Così, volendo trovare gli anni del secolo futuro per i quali la Pasqua risulta dalla formola (42) a' 26 di aprile, osserveremo che nel futuro secolo si ha $M=24$, e perciò accresciuto questo valore di una unità, si ha 25. Ora nella prima tavola della pagina 184 a questo valore 25 di M corrisponde $a=5$, e siccome la formola (119) $u=\left(\frac{5K}{19}\right)_r$, nel caso di $K=19$, diventa $u=0$; perciò sarà $a-u=5-0=5$. In fine trovando nella prima colonna della seconda tavola questo valore 5 di $a-u$, ed andando in linea fino alla colonna che ha in testa $b'=3$, propria del secolo futuro per essere $b'=\left(\frac{19}{4}\right)_r=3$, si trova che vi corrisponde 81, e perciò si conchiuderà che nel seco-

Digitized by Google

lo futuro il solo anno 1981 è quello che ha la Pasqua a' 19 di aprile, quantunque dalla formola (42) risultasse a' 26, precisamente come abbiamo qui sopra trovato.

Ecco una serie di anni per i quali la formola (42) dà la Pasqua a' 26 di aprile.

1981, 2076, 2133, 2201, 2296, 2448, 2668, 2725, 2820, 3192, 3344, 3412, 3936, 4995.

130. Avendo dimostrato nel principio di questo problema che la formola (42) non potrà dare la Pasqua a' 26 di aprile, se non quando la lettera domenicale è D, e l'epatta è XXIV, ed avendo fatto osservare nel numero 125, che nel calendario giuliano l'epatta XXIV non potrà mai aver luogo, ne segue evidentemente, che la medesima formola (42) non potrà dar mai la Pasqua giuliana a' 26 di aprile (a).

131. *Probl. IX. Trovare tutti gli anni di un dato secolo ne' quali la Pasqua cade a' 18 di aprile, quantunque dalla formola* (42) *risultasse a' 25 dello stesso mese.*

Corrispondendo il 25 di aprile a' 56 di marzo, sarà P=56, e posto questo valore nella formola (141) si ricava L=3=C, onde la lettera domenicale dev' essere C. Di più abbiamo detto nel

---

(a) La formola (42) non potrà dar mai la Pasqua giuliana a' 26 di aprile anche per la seguente ragione. Nella nota della pagina 109 abbiamo veduto che per aver luogo questa eccezione dev' essere

M=0, 2, 3, 5, 6, 8, 10, 11, 13, 14, 16, 17, 19 21, 22, 24, 25, 27, 29,

tra i quali valori non essendovi 15, ch' è il valore che ha M nel calendario giuliano (num.° 52), ne segue che la formola (42) non potrà dar mai la Pasqua giuliana a' 26 di aprile.

Digitized by Google

numero 44 che questo caso di eccezione avverrà quando l' epatta è XXV, e che il numero d' oro è maggiore di 11, e per conseguenza $a > 10$. Onde posto in luogo di a il suo valore, dato dalla formola (147), dovrà essere

$$\left(\frac{11M+20}{30}\right)_r > 10 \quad . \quad . \quad . \quad (149).$$

Di più, dalla medesima formola (147) si ottiene

$$\left(\frac{11M+22-a}{30}\right)_r = 0,$$

che moltiplicata per 19, diventa

$$\left(\frac{209M+418-19a}{30}\right)_r = 0,$$

ed accrescendo il numeratore della quantità $30a-210M-390$, ch' è moltiplice di 30, e riducendo verrà

$$\left(\frac{11a+28-M}{30}\right)_r = 0,$$

dalla quale si ricava

$$M = \left(\frac{11a+28}{30}\right)_r.$$

Ora dando ad a successivamente tutti i valori da 11 fino a 18, si avrà

$a = 11, 12, 13, 14, 15, 16, 17, 18$
$M = 29, 10, 21, 2, 13, 24, 5, 16.$

Per conseguenza quando il valore che ha M nel dato secolo non soddisfa alla condizione (149), ovvero che non si trova tra i suoi valori di questa seconda serie di numeri, si potrà allora con sicurezza conchiudere che nel secolo dato non vi sono anni ne' quali la Pasqua cadrà a' 18 di aprile, quantunque dalla formola (42) risultasse a' 25. Quindi

Digitized by Google

per trovare gli anni in questione, appartenenti ad un secolo dato, si calcolerà con la formola (147) il valore di a, ovvero si vedrà nella serie de' valori di M, qui sopra trovata, qual' è il valore di a che corrisponde a quello che ha M nel secolo dato, e poi nella formola (139) si metteranno in luogo di b', a, K i loro valori particolari, ed in vece di L si metterà 3, ed il risultato darà l' anno cercato.

Così, volendo trovare gli anni del corrente secolo ne' quali la Pasqua cade a' 18 aprile, mentrechè dalla formola (42) risulta a' 25, osserveremo che nel secolo corrente si ha $M=23$, e questo valore posto nella formola (147), ci dà $a=5$; ma dev'essere $a>10$, dunque la condizione (149) non essendo verificata, sarà evidente che nel corso di questo secolo non vi sarà nessun anno che abbia la Pasqua a' 18 aprile, e che dalla formola (42) risultasse a' 25; ed in fatti questo valore 23 di M non si trova tra quelli della serie qui sopra esposta.

Nel secolo futuro, essendo $M=24$, la formola (147), ovvero l' indicata serie, ci darà $a=16$. Quindi nella formola (139) fatto $b'=3$, $L=3$, $a=16$, $K=19$, si trova per risultato 244, dal quale togliendo 190, ch' è il doppio di 95, resta 54, e perciò nel futuro secolo il solo anno 1954 avrà la Pasqua a' 18 aprile, quantunque dalla formola (42) risultasse a' 25.

Similmente operando si trova che nel 2049 e nel 2106, ne' quali secoli $M=24$, la Pasqua cadrà del pari a' 18 aprile, mentre la formola (42) la dà a' 25.

132. La soluzione di questo problema riesce più facile mercè l' aiuto delle due seguenti tavole, praticando il medesimo metodo che abbiamo indicato per i tre precedenti problemi.

Digitized by Google

TAVOLA 1.ª

M . . . . a
2 . . 14
5 . . 17
10 . . 12
13 . . 15
16 . . 18
21 . . 13
24 . . 16
29 . . 11

TAVOLA 2.ª

a—u	b'=0	b'=1	b'=2	b'=3
0	38	0	19	76
1	77	.	58	20
2	21	.	2,97	.
3	60	79	41	. .
4	4	23	80	99
5	.	62	24	43
6	.	6	.	82
7	83	45	.	26
8	27	84	.	65
9	66	28	47	9
10	10	.	86	48
11	49	.	30	.
12	88	.	69	.
13	32	51	13	.
14	.	90	52	71
15	.	34	.	15
16	.	73	.	54
17	55	17	.	93
18	94	56	75	37

Supponiamo che con l'aiuto di queste tavole si volessero, come nell'esempio precedente, tutti gli anni del secolo futuro, ne' quali la Pasqua cadrà a' 18 di aprile, quantunque dalla formola (42) risultasse a' 25. Avremo nel secolo futuro $M=24$, e nella prima tavola, a questo valore di M corrisponde $a=16$. Di più, siccome la formola $u=\left(\frac{5K}{19}\right)_r$, applicata al secolo futuro ci dà $u=0$, perciò sarà $a-u=16-0=16$. Trovando questo valore nella colonna $a-u$ della seconda tavola, ed andando in linea fino alla colonna che ha in testa $b'=3$, per essere nel secolo futuro $b'=\left(\frac{19}{4}\right)_r=3$, si trova segnato 54, e perciò si conchiuderà che nel futuro secolo non vi sarà che il solo anno 1954, che avrà la Pasqua a' 18 di aprile, quantunque dalla formola (42) risultasse a' 25 di aprile; precisamente come abbiamo trovato qui sopra.

Ecco una serie di anni ne' quali la Pasqua cadrà a' 18 di aprile, e che dalla formola (42) risulta a' 25

1954, 2049, 3165, 3260, 3317, 3852, 3909, 4004, 4602, 4697, 6399, 6551, 7143, 7238.

133. Nel calendario giuliano non può darsi mai che la Pasqua sia a' 18 di aprile, e che dalla formola (42) risultasse a' 25; poichè abbiamo veduto che questo caso non può avverarsi che quando si abbia la lettera domenicale C, e l'epatta XXV, con la condizione che il numero d'oro sia maggiore di 11, ossia che si abbia $a>10$. Ora questa condizione non può mai verificarsi nel calendario giuliano, dacchè nella formola (123) facendo $E=25$,

Digitized by Google

si ricava $a=7$, e perciò minore di 10. Dunque è impossibile che la Pasqua giuliana sia a' 18 di aprile, mentre che dalla formola (42) risultasse a' 25 dello stesso mese. (a).

134. *Probl. X. Trovare tutti gli anni di un dato secolo ne' quali la Pasqua cadrà in un giorno dato.*

Questo problema è un' applicazione delle formole (141), (142) e (139) precedentemente ricavate. In fatti con le due prime si possono determinare la lettera domenicale e l' epatta che debbono aver luogo affinchè la Pasqua cada nel giorno dato, e con la terza si possono determinare tutti gli anni del secolo dato che abbiano la data epatta e la data lettera domenicale; e questi anni così determinati, saranno quelli ne' quali la Pasqua cadrà nel giorno dato.

Così, volendo determinare tutti gli anni del corrente secolo ne' quali la Pasqua cadrà a' 14 di aprile, faremo nella formola (141) $P=14+31=45$, e ricaveremo $L=6=F$. Indi si osserverà che essendo $22+d+e=P$, sarà nel caso attuale $22+d+e=45$, e perciò $d+e=23$. Onde potrà esser $d=23$, 22, 21, 20, 19, 18, 17, e sostituiti questi valori successivamente nella formola (142) si ricava $E=0$, 1, 2, 3, 4, 5, 6. In oltre

(a) Questa impossibilità di avere la Pasqua giuliana a' 18 aprile, mentre che dalla formola (42) risulta a' 25, si ricava ancora osservando che nella nota della pagina 109 abbiamo veduto che per aver luogo questa eccezione dev' essere

$$M=29, 10, 21, 2, 13, 24, 5, 16.$$

Ora tra questi numeri non trovandosi 15, ch' è il valore che ha M nel calendario giuliano (num. 52), ne segue che questa eccezione non potrà mai aver luogo nel calendario giuliano.

Digitized by Google

nella formola (121) mettendo in luogo di E successivamente ciascuno di questi valori, ed in vece di M mettendo 23, ch'è il valore che ha nel corrente secolo, si ricava

$$a=0,\ 11,\ 22,\ 3,\ 14,\ 25,\ 6.$$

E siccome 22 e 25 sono maggiori di 18, ne segue che le epatte 2 e 5, dalle quali questi valori derivano, non possono aver luogo nel corso del presente secolo; e restano per conseguenza

$$a=0,\ 11,\ 3,\ 14,\ 6.$$

In fine nella formola (139) facendo $b'=2$, $L=6$, $a=0$, $K=18$, si ottiene per risultato 100, dal quale tolto 95, resta 5, onde l'anno 1805 è uno degli anni cercati.

Facendo inseguito nella medesima formola (139) $b'=2, a=11, L=6, K=18$, si ricava per risultato 16, e perciò il 1816 è un altro anno cercato. Del pari facendo $b'=2, L=6, a=3, K=18$, si ottiene 464, il quale essendo maggiore di 384, è segno (num. 99) che in questo secolo non vi è anno alcuno che abbia per lettera domenicale F, e per epatta III (ch'è quella dalla quale deriva 464). Finalmente facendo nella stessa formola (139) successivamente $b'=2$, $L=6$, $a=14$, $K=18$, e poi $b'=2$, $L=6$, $a=6$, $K=18$, si ottengono per risultati 380 e 296, da' quali togliendo 285, ch'è il triplo di 95, restano 96 ed 11, che saranno due altri anni cercati. Onde tutti gli anni del corrente secolo ne' quali la Pasqua cade a' 14 di aprile, sono il 1805, 1811, 1816 ed il 1896.

135. *Esempio. II.°* Supponiamo che si volessero determinare tutti gli anni del secolo passato ne' quali la Pasqua cadde a' 3 di aprile. Siccome il 3 di aprile corrisponde a' 34 di marzo, perciò

nella formola (141) faremo P=34, ed avremo L=2=B. Di più dalla formola (42) si ha, pel caso attuale, $22+d+e=34$, ossia $d+e=12$, e perciò potrà essere $d=12$, 11, 10, 9, 8, 7, 6. Quindi nella formola (142) sostituendo a d successivamente ciascuno di questi valori, si ricava E=11, 12, 13, 14, 15, 16, 17, che sono le epatte che debbono aver luogo affinchè la Pasqua possa cadere a' 3 di aprile. In oltre, siccome nel passato secolo si ebbe M=23, perciò nella formola (121) faremo M=23, ed in vece di E metteremo successivamente ciascuno de' suoi valori ottenuti, ed avremo così $a=1$, 12, 23, 4, 15, 26, 7. E siccome 23 e 26 sono maggiori di 18, perciò le epatte 13 e 16, che ci danno questi valori, non hanno potuto aver luogo nel corso del passato secolo, per cui i valori di a non possono essere che 1, 12, 4, 15, 7. Ora nella formola (139) facciamo $b'=1$, L=2, K=17, e mettiamo in luogo di a successivamente ciascuno di questi cinque valori: otterremo i seguenti risultati 68, 516, 432, 348, 264, tra i quali trovandosi 516 e 432 che sono maggiori di 384, e questi derivando da' valori 12, e 4 di a, e quindi dalle epatte 12 e 14, ne segue che nel passato secolo non vi furono anni che avessero avuto nel tempo stesso per lettera domenicale B, e per epatta 12, ovvero 14. (num. 99.) Restano dunque a considerarsi i risultati 68, 348, 264; e siccome il primo 68 è minore di 100, ne segue che il 1768 fu uno degli anni cercati.

In fine togliendo 285 dal secondo risultato 348, e 190 dal terzo 264, gli avanzi 63 e 74 saranno due altri anni cercati, e perciò tutti gli anni del secolo passato ne' quali la Pasqua cadde a' 3 di aprile furono solamente il 1763, 1768, ed il 1774.

Digitized by Google

Esempio III.° Sia da determinarsi tutti gli anni del secolo futuro ne' quali la Pasqua cadrà a' 15 di aprile.

Poichè il 15 di aprile corrisponde a' 46 di marzo, perciò nella formola (141) faremo P=46, ed avremo L=0=G. Inoltre essendo $22+d+e=P$, sarà nel caso attuale $22+d+e=46$, ossia $d+e=24$. e perciò potrà essere $d=24$, 23, 22, 21, 20, 19, 18, i quali sostituiti successivamente nella formola (142), ci danno

$$E=29, 0, 1, 2, 3, 4\ 5,$$

che saranno le epatte che debbono aver luogo, unitamente alla lettera domenicale G, affinchè la Pasqua possa cadere a' 15 di aprile.

Di più essendo nel secolo futuro M=24, faremo perciò nella formola (121) M=24, ed in luogo di E metteremo successivamente ciascuno di questi valori trovati, ed avremo così i seguenti risultati

$$a=0, 11, 22, 3, 14, 25, 6,$$

tra i quali essendovi 22 e 25, che sono maggiori di 18, ne segue che le epatte I e IV dalle quali questi valori derivano, non possono aver luogo nel corso del futuro secolo: restano perciò

$$a=0, 11, 3, 14, 6.$$

Ora nella formola (139) facendo $b'=3$, L=0, K=19, ed in luogo di a mettendo successivamente 0, 11, 3, 14, 6, si ottengono i seguenti risultati 0, 448, 364, 280, 196, il primo dei quali perchè zero, ci darà evidentemente l' anno secolare 1900 per uno degli anni cercati (num.° 102). Il secondo risultato 448 essendo maggiore di 384, e derivando dall'epatta II, ne segue che nel futuro secolo non vi sarà anno alcuno che avrà per let-

tera domenicale G, e per epatta II (num.99). In fine dai rimanenti risultati 364, 280, 196 togliendo corrispondentemente 285, 190, 190, i resti 79, 90, e 6 saranno tre altri anni cercati. Dunque tutti gli anni del futuro secolo ne' quali la Pasqua cadrà a' 15 di aprile saranno il 1900, 1906, 1979 ed il 1990.

136. La ricerca degli anni di andato secolo ne' quali la Pasqua gregoriana cade in un dato giorno, riesce più agevole facendo uso della tavola della pagina 170, ed ecco in qual modo. Nel primo esempio di questo problema abbiamo cercato gli anni del corrente secolo ne' quali la Pasqua gregoriana cade a' 14 di aprile, ed ivi abbiamo troveto L=6=F, ed a=0, 11, 3, 14, 6, e siccome pel corrente secolo si ha $u=\left(\frac{90}{19}\right)_r=14$, perciò togliendo questo numero da ciascun valore di a (accresciuto di 19, se fa d' uopo, per rendere la sottrazione possibile), avremo

$$a-u=5,\ 16,\ 8,\ 0,\ 11.$$

Quindi nella colonna che ha in testa $b'=2$, ch' è quella del corrente secolo per essere $b'=\left(\frac{18}{4}\right)_r=2$, si troverà la lettera domenicale trovata F, ed andando in linea fin sotto a ciascun valore trovato di $a-u$, cioè fin sotto a' numeri 0, 5, 8, 11, 16, si troveranno notati i numeri 95, 5, 11, 16, e perciò si conchiuderà che gli anni cercati sono il 1805, 1811, 1816 ed il 1895, come precisamente abbiamo trovato nel citato primo esempio.

Nel terzo esempio dello stesso numero precedente, nel cercare gli anni del futuro secolo ne' quali la Pasqua gregoriana cadrà a' 15 aprile, ab-

Digitized by Google

b'amo trovato $L=0=G$, ed $a=0, 11, 3, 14$, e siccome nel secolo futuro si ha $u=\left(\frac{95}{19}\right)_r=0$, e $b'=\left(\frac{19}{4}\right)_r=3$, perciò sarà $a-u-0, 11, 3, 14, 6$. Onde nella colonna che ha in testa $b'=3$ si troverà la lettera data G, ed andando in linea fin sotto a ciascuno de' valori trovati di $a-u$, cioè fin sotto a' valori 0, 11, 3, 14, 6, si trovano notati i numeri 0, 79, 6, 90, e perciò gli anni cercati, cioè quelli che nel futuro secolo avranno la Pasqua gregoriana a' 15 di aprile, saranno il 1900, 1906, 1979 ed il 1990.

137. Il metodo esposto in questo problema per trovare gli anni di un dato secolo ne' quali la Pasqua gregoriana cade in un dato giorno, si applica egualmente alla ricerca della Pasqua giuliana, avvertendo però che in vece delle formole (121) e (139) dovranno impiegarsi le loro corrispondenti pel calendario giuliano, che sono la (123) e la (140), ed in luogo poi della tavola della pagina 170 si dovrà adoperare quella della pagina 173, usando però lo stesso processo.

138. *Probl. XI. Trovare tutti gli anni di un dato secolo, ne' quali il mese di febbraio avrà cinque dati giorni della settimana.*

Essendo nell' anno comune il mese di febbraio composto di 28 giorni, che formano esattamente 4 settimane, ne segue che in detto mese vi saranno 4 domeniche, 4 lunedì, 4 martedì, ec., cioè a dire che ciascun giorno della settimana si ripeterà 4 volte nel corso dell' intero mese. Ma nell' anno bisestile essendo febbraio di 29 giorni, e questi formando 4 settimane ed un giorno, ne segue che il

Digitized by Google

giorno della settimana col quale il mese comincia, è lo stesso che quello col quale finisce, e perciò questo giorno della settimana, che si trova 4 volte ripetuto in 28 giorni, si troverà ripetuto 5 volte nell' intero mese di 29 giorni. Onde nell' anno bisestile il giorno della settimana che si trova ripetuto cinque volte nel mese di febbraio, è il solo primo giorno di questo mese, ossia, in altri termini, affinchè il mese di febbraio abbia 5 dati giorni della settimana, è necessario che l' anno sia bisestile, e che febbraio cominci col dato giorno della settimana.

Ciò posto, chiamiamo g il giorno dato della settimana, ed L la lettera domenicale dell' anno bisestile cercato; ed osservando che dal primo di gennaio fino all' ultimo di febbraio vi sono 59 giorni, perciò nella formola (131) faremo $G=59$, ed avremo

$$L=\left(\frac{59+6g}{7}\right)_r,$$

e togliendo dal numeratore la quantità 56 ch' è moltiplice di 7, e riducendo verrà

$$L=\left(\frac{3+6g}{7}\right)_r \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (150),$$

che sarà la lettera domenicale che debbono avere gli anni bisestili cercati, affinchè febbraio abbia cinque giorni dati g della settimana. Onde il problema è ridotto a trovare tutti gli anni bisestili del secolo dato, che abbiano siffatta lettera domenicale, e quindi ricadiamo sulla formola (127) del problema III. E perciò determinata con la formola (150) il numero della lettera domenicale che debbano avere gli anni cercati, si sostituirà que-

sto numero nel secondo membro della formola (127), e si avranno così tutti gli anni cercati. Intanto per maggior facilità cercheremo di eliminare la lettera domenicale L tra le equazioni (150) e (127). A quale oggetto dall'equazione (150) si ricava

$$\left(\frac{3+6g-L}{7}\right)_r=0\,,$$

che moltiplicata per 7, diventa

$$\left(\frac{12+24g-4L}{7}\right)_r=0\,,$$

e moltiplicando per 4 ambi i termini della frazione, si avrà

$$\left(\frac{48+96g-16L}{28}\right)_r=0 \quad \ldots\ldots (151).$$

Quindi se aggiungiamo questa espressione, la quale è zero, alla frazione del secondo membro dell'equazione (127), il risultato non varia, e l'equazione diventa

$$m=28t+\left(\frac{60+24b'+96g}{28}\right)_r\,,$$

e togliendo dal numeratore del secondo membro la quantità $56+84g$, ch'è moltiplice di 28, e riducendo, verrà

$$m=28t+\left(\frac{4+24b'+12g}{28}\right)_r\,,$$

la quale ci darà tutti gli anni bisestili del secolo dato che avranno il mese di febbraio con cinque giorni g della settimana.

139. Segue da ciò che calcolata la quantità

$$\left(\frac{4+24b'+12g}{28}\right)_r \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (152),$$

ed accresciuta questa successivamente di 0, 28, 96, 84, i numeri che ne risultano (nessuno però che sia maggiore di 100) saranno gli anni cercati.

Così, volendo tutti gli anni del corrente secolo ne' quali il mese di febbraio avrà cinque sabati, sarà $g=6$, e $b'=\left(\frac{18}{4}\right)_r=2$, e perciò la formola (155) ci darà

$$\left(\frac{4+48+72}{28}\right)_r=12,$$

ed aggiungendo questo 12 a ciascuna delle quantità 0, 28, 56, 84, le somme 12, 40, 68 e 96 ci daranno gli anni cercati, i quali saranno per conseguenza il 1812, 1840, 1868 ed il 1896.

Similmente se vogliamo trovare gli anni del secolo passato ne' quali il mese di febbraio ebbe cinque mercoledì, sarà $g=3$, e $b'=\left(\frac{17}{4}\right)_r=1$, e quindi la formola (152) ci darà

$$\left(\frac{4+24+36}{28}\right)_r=8,$$

e perciò aggiungendo questo risultato 8 a ciascuna delle quantità 0, 28, 56, 84, si avranno le somme 8, 36, 64, 92, le quali ci daranno gli anni 1708, 1736, 1764 ed il 1792 (a).

(a) Questo problema è stato risoluto tanto dal Barone de

Digitized by Google

140. Abbiamo fatto dipendere la soluzione di questo problema dalla formola (127), e siccome questa ha la sua corrispondente nel calendario giuliano, ch' è la prima delle quattro formole (132), perciò volendo risolvere questo problema pel calendario giuliano, dobbiamo valerci di questa prima formola, dalla quale elimineremo il termine 16L, con accrescere la frazione di questa equazione della espressione (151), la quale essendo zero, non farà variare il risultato, e si avrà dopo la riduzione

$$m=28t+\left(\frac{56+12c'+96g}{28}\right)_r ,$$

e togliendo dal numeratore della frazione del secondo membro la quantità $56+84g$, ch' è moltiplice di 28, resterà

$$m=28t+\left(\frac{12c'+12g}{28}\right)_r .$$

Quindi calcolata la quantità

$$\left(\frac{12c'+12g}{28}\right)_r \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (153),$$

ed accresciuta questa successivamente di 0, 28, 56, 84, i numeri che ne risultano (nessuno però che sia maggiore di 100) saranno gli anni cercati.

Così, volendo gli anni del secolo futuro i quali, secondo il vecchio stile, avranno il mese di febbraio di cinque domeniche, sarà $g=0$, $b'=$

Zach, che dal signor Ciccolini; ma pel solo caso particolare che il giorno dato della settimana fosse una domenica. Vedete la corrispondenza astronomica di de Zach, vol. 12.

Digitized by Google

$\left(\frac{19}{7}\right)_r = 5$, e perciò la formola (153) ci darà

$$\left(\frac{60}{28}\right)_r = 4,$$

ed aggiungendo questo 4 successivamente a ciascuna delle quantità 0, 28, 56, 84, le somme 4, 32, 60, 88 daranno gli anni cercati, i quali saranno perciò il 1904, 1932, 1960 ed il 1988.

Nello stesso modo si trova che gli anni del corrente secolo ne' quali il mese di febbraio avrà, secondo il vecchio stile, cinque giovedì, sono il 1812, 1840, 1868 ed il 1896.

141. È da notarsi intanto che gli anni di un dato secolo, ne' quali il mese di febbraio avrà cinque dati giorni della settimana, possono ancora trovarsi con maggior facilità mediante la seguente tavola, e con l' aiuto di questa formola

$$x = \left(\frac{g + 2b'}{7}\right)_r \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (154).$$

$x=0$	$x=1$	$x=2$	$x=3$	$x=4$	$x=5$	$x=6$
4	16	0	12	24	8	20
32	44	28	40	52	36	48
60	72	56	68	80	64	76
88		84	96		92	

Supponiamo che si volessero tutti gli anni del

Digitized by Google

corrente secolo ne' quali il mese di febbraio avrà cinque sabati : in tal caso sarà $g=6$, e $b'=\left(\frac{18}{4}\right)_r$ $=2$, e perciò la formola (154) ci darà $x=3$, e gli anni cercati saranno indicati da' numeri che formano la colonna che ha in testa $x=3$, i quali numeri essendo 12, 40, 68, 96, ne segue che gli anni cercati saranno il 1812 , 1840 , 1868 , precisamente come trovammo nel primo esempio della pag. 215.

Del pari volendo gli anni del secolo passato ne' quali il mese di febbraio ebbe cinque mercordì, sarà $g=3$, e $b'=\left(\frac{17}{4}\right)_r=1$, e perciò la formola (154) ci darà $x=5$, e gli anni cercati saranno indicati da' numeri della colonna che ha in testa $x=5$, i quali essendo 8 , 36 , 64 , 92 , ne segue che gli anni cercati saranno il 1708 , 1736 , 1764 , 1792 , appunto come trovammo nel secondo esempio della pagina 215.

142. Pel calendario giuliano si farà uso della medesima tavola , ma in luogo della formola (154) si userà la seguente

$$x=\left(\frac{g+c'+2}{7}\right)_r \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (155).$$

Così volendo gli anni del futuro secolo , che avranno secondo il vecchio stile cinque domeniche , sarà $g=0$, e $c'=\left(\frac{19}{7}\right)_r=5$, e perciò la formola (155) ci darà $x=0$, onde gli anni cercati saranno indicati da'numeri della colonna che ha in testa $x=0$, i quali numeri essendo 4 , 32 , 60 , 88 , ne segue che gli anni cercati saranno il 1904, 1932 , 1960 , 1988 , precisamente come abbiamo

Digitized by Google

trovato nel primo esempio del numero precedente.

143. Del resto gli anni di un dato secolo, in cui secondo il calendario gregoriano, il mese di febbraio avrà cinque dati giorni della settimana, possono trovarsi senza calcolo alcuno con l'aiuto della seguente tavola.

GIORNI della SETTIMANA.	$b'=0$	$b'=1$	$b'=2$	$b'=3$
Lunedì	16, 44, 72	12,40,68,96	8,36,64,92	4,32,60,88
Martedì	0,28,56,84	24, 52, 80	20, 48, 76	16, 44, 72
Mercol.	12,40,68,96	8,36,64,92	4,32,60,88	28, 56, 84
Giovedì	24, 52, 80	20, 48, 76	16, 44, 72	12,40,68,96
Venerdì	8,36,64,92	4, 32, 60	28, 56, 54	24, 52, 80
Sabato.	20, 48, 76	16, 44, 72	12,40,68,96	8,36,64,92
Domen.	4,32,60,88	28, 56, 84	24, 52, 80	20, 48, 76

Così, volendo trovare gli anni del corrente secolo ne' quali il mese di febbraio avrà cinque sabati, si

Digitized by Google

osserverà che in questo secolo $b'=2$, e perciò nella prima colonna a sinistra della tavola si troverà sabato, ch'è il giorno dato, ed andando in linea fino alla colonna che ha in testa $b'=2$ si troveranno i numeri 12, 40, 68, 96; onde gli anni cercati saranno il 1812, 1840, 1868, 1896, come appunto abbiamo qui sopra trovato.

Del pari volendo gli anni del passato secolo ne' quali il mese di febbraio ebbe cinque mercoledì, sarà $b'=1$, e quindi nella prima colonna a sinistra si troverà mercordì, ed andando in linea fino alla colonna che ha in testa $b'=1$, si trovano notati i numeri 8, 36, 64, 92, e perciò gli anni cercati saranno il 1708, 1736, 1764, ed il 1792.

144. Pel calendario giuliano si farà uso della seguente tavola.

Così, volendo trovare gli anni del secolo futuro, i quali avessero secondo il vecchio stile il mese di febbraio di cinque domeniche, sarà in tal caso $c'=\left(\frac{19}{7}\right)_r=5$, onde nella prima colonna a sinistra si troverà domenica, ed andando in linea fino alla colonna che ha in testa $c'=5$, si trovano notati i numeri 4, 32, 60, 88, e perciò gli anni cercati saranno il 1904, 1932, 1960, 1988, precisamente come abbiamo qui sopra trovato.

È da notarsi intanto, che questa medesima tavola potrà usarsi egualmente pel calendario gregoriano, in vece di quella del numero precedente, avvertendo però, che nella scelta delle colonne si dovrà far uso de' valori di b' in luogo di quelli di c'.

Digitized by Google

Così, volendo gli anni del corrente secolo che,

GIORNI della SETTIMANA.	$c'=0$ $b'=1$	$c'=1$	$c'=2$ $b'=2$	$c'=3$	$c'=4$ $b'=3$	$c'=5$ $b'=0$	$c'=6$
Lunedì	12,40,68,96	24, 52, 80	8,36,64,92	20, 48, 76	4,32,60,88	16, 44, 72,	0,28,56,84
Marted	24, 52, 80	8,36,64,92	20, 48, 76	4,32,60,88	16, 44, 72	0,28,56,84	12,40,68,96
Mercol.	8,36,64,92	20, 48, 76	4,32,60,88	16, 44, 72	0,28,56,84	12,40,68,96	24, 52, 80
Gioved	20, 48, 76	4,32,60,88	16, 44, 72	0,28,56,84	12,40,68,96	24, 52, 80	8,36,64,92
Venerd	4,32,60,88	16, 44, 72	0,28,56,84	12,40,68,96	24, 52, 80	8,36,64,92	20, 48, 76
Sabato.	16, 44, 72	0,28,56,84	12,40,68,96	24, 52, 80	8,36,64,92	20, 48, 76	4,32,60,88
Domen	28, 56, 84.	12,40,68,96	24, 52, 80	8,36,64,92	20, 48, 76	4,32,60,88	16, 44, 72

Digitized by Google

secondo il calendario gregoriano, avessero il mese di febbraio con cinque sabati, si osserverà che in questo secolo si ha $b'=\left(\frac{18}{4}\right)_r=2$, e perciò trovando nella prima colonna a sinistra il giorno dato, cioè sabato, ed andando in linea fin sotto alla colonna che ha in testa $b'=2$, si trovano segnati i numeri 12, 40, 68, 96, dal che si conchiude che gli anni cercati sono il 1812, 1840, 1868, 1896, appunto come abbiamo trovato nelle pagine 215, 218 e 220.

CAPITOLO VIII.

DI ALCUNI USI DELL'EPATTA VOLGARMENTE PRATICATI.

145. L'epatta annuale serve non solo a trovare il giorno in cui debba celebrarsi la Pasqua, e per conseguenza quelli delle altre feste mobili; ma si rende necessario ancora a determinare l'età della luna, la sua distanza dal sole, il suo luogo dello zodiaco, e quanto tempo nella notte risplende; e ciò se non esattamente, almeno con un'approssimazione sufficiente agli usi civili.

146. L'età della luna si ottiene con addizionare insieme l'epatta annuale, il giorno del mese pel quale si vuole l'età della luna, e di più tante unità, per quanti sono i mesi passati da aprile inclusivo fino al mese dato, e dalla somma togliere

Digitized by Google

tutti i 30, ed il resto sarà l'età della luna. Per i mesi di gennaio e di marzo non si aggiunge nulla, e pel mese di febbraio si aggiunge 1. Così, per trovare l'età della luna a' 12 di maggio del corrente anno 1840, uniremo l' epatta annuale 26 con 12 giorni del mese, e più 2 unità perchè da aprile inclusivo fino a maggio inclusivo vi sono due mesi, e la somma sarà 39, dalla quale sottratto 30, resta 9, che sarà l' età della luna a' 12 di maggio del 1840. La ragione è che siccome l' epatta annuale segna l' età della luna al principio di gennaio, e siccome gennaio e febbraio formano due mesi lunari, perciò la medesima epatta segnerà ancora l' età della luna al principio di marzo. Quindi, se tutti gli altri mesi fossero altrettanti mesi lunari, basterebbe in tal caso di unire l' epatta a' giorni del mese per avere l' età cercata della luna; ma siccome da marzo in poi i mesi solari eccedono i lunari di un giorno, perciò bisognerà aumentare la somma trovata di tante unità per quanti sono i mesi passati da marzo in poi, ossia da aprile inclusivo.

147. Ma per conseguire maggiore esattezza è necessario accrescere l' età della luna così trovata di un giorno, perchè la congiunzione della luna col sole succede per lo più un giorno prima di quella indicata dall' epatta nel calendario, e per i mesi pari, cioè febbraio, aprile, giugno, agosto, ottobre, e dicembre, bisognerà aggiungervi un'altra unità, perchè in questi mesi le lunazioni sono di 29 giorni, e non di 30. Quindi per lo esempio del numero precedente, l' età corretta della luna a' 12 di maggio del 1840 sarebbe 10 giorni.

Del pari volendo conoscere qual fu l' età della luna a' 28 di aprile 1817, sommeremo l' epatta 12, con 28, e con 1, perchè vi è un mese, e la som-

Digitized by Google

ma 41 l' accresceremo di due unità, per essere aprile mese pari, e dalla somma 43 sottratto 30, il resto 13 indica l'età della luna a' 28 di aprile del 1817. Con lo stesso metodo si trova che l'età della luna a' 15 di ottobre dell' 1840 sarà di 20 giorni.

148. Conoscendo l'età della luna, si potrà trovare facilmente la sua distanza dal sole in un dato giorno, con moltiplicare l'età che ha la luna nel giorno dato per 12, ed il prodotto sarà il numero de' gradi de' quali la luna è distante dal sole. Così per i 13 di settembre del 1840 l'età corrretta della luna è di 16 giorni, il quale numero moltiplicato per 12, dà per prodotto 192 gradi, ossia 6 segni e 12 gradi, e questa è la distanza che ha la luna dal sole nel giorno dato.

149. Per ottenere in seguito il luogo che ha la luna nello zodiaco, si determinerà prima la sua distanza dal sole, e questa si aggiungerà al luogo che ha il sole nello zodiaco, il quale si ottiene con unire a 280 gradi il numero de' giorni compresi dal principio dell' anno, fino al giorno dato. Così per lo stesso giorno de' 13 settembre del 1840, alla trovata distanza di 192 gradi, che ha la luna dal sole, si uniranno 280 gradi, e più 257, per essere il 13 settembre il 257.mo giorno dell' anno, e si ha per somma 729 gradi, dalla qual somma togliendo 720, cioè due volte 360, il resto 9 gradi è il luogo della luna nello zodiaco, vale a dire che la luna è a 9 gradi dal primo segno.

Similmente volendo conoscere il luogo che avrà la luna nello zodiaco a' 28 di aprile del 1841, troveremo la sua età che sarà di 8 giorni, i quali moltiplicati per 12 danno per prodotto 96, e questa sarà la distanza che nel dato giorno avrà la luna dal

Digitized by Google

sole. In fine al prodotto ottenuto 96, aggiungendo 280 e 118, che sono i giorni compresi dal primo di gennaio fino a' 28 di aprile, si ha per somma 494 gradi, da' quali togliendone 360, restano 134 gradi, ossia 4 segni e 14 gradi, e questo sarà il luogo che avrà la luna nello zodiaco a' 28 di aprile del 1841.

149. In fine per trovare ad un dipresso in un dato giorno quanto tempo splende la luna nel corso della notte, chiameremo m l'ora italiana del mezzodì del giorno dato, ed e l'età della luna. Ora se abbiasi $e<16$, il tempo del chiarore sarà di

$$4e(2m-23) \ldots\ldots\ldots (156),$$

minuti primi, ed avrà luogo subito dopo il tramonto del sole; ma se abbiasi $e>15$, il tempo cercato sarà espresso da

$$4(30-e)(2m-23) \ldots\ldots\ldots (157),$$

minuti primi e comincia avanti lo spuntar del sole.

Così, per li 12 di maggio dell' anno corrente 1840 abbiamo trovato l' età della luna essere di 10 giorni, e poichè mezzo giorno suona ad ore $16\frac{1}{2}$, così sarà $e=10$, ed $m=16\frac{1}{2}$, ed in tal caso siccome $e<15$, perciò sostituendo questi valori nella formola (156), si avrà

$$4.10(33-23)=4.10.10=400'=6 \text{ ore}, 40'.$$

Dunque a 10 di maggio del 1840 la luna splende 6 ore e 40', ed il suo chiarore comincia subito dopo il tramonto del sole.

N. B. Se le ore si vogliono contare all' europea chiamando n l' ora del nascere del sole, il chiarore della luna sarà espresso da $8ne$ quando $e<16$, e da $8n(30-e)$ quando $e>15$.

Così a' 15 di ottobre del 1840 l' età della luna è 20, e perchè il sole nasce alle $5\frac{1}{2}$, perciò sarà $e=20$ ed $n=5\frac{1}{2}$; e la formola $8n(30-e)$ ci darà $8.5\frac{1}{2}.10=420'=7$ ore. Dunque a' 15 ottobre del 1840 la luna

Digitized by Google

splende 7 ore, ed il suo chiarore comincia avanti lo spuntar del sole.

Tralasciamo di dimostrare queste due formole, sì perchè divergeremmo di troppo dallo scopo che ci siamo proposti, sì ancora perchè questi calcoli non sono che approssimativi, in modo che confrontandoli con le effemeridi de' moti celesti, vi si troveranno sempre delle piccole diversità; ma essi intanto non lasciano di essere utili in talune circostanze.

CAPITOLO IX.

DELLE NOTIZIE CRONOLOGICHE.

150. Nel calendario si pratica di mettere sotto la categoria delle *notizie cronologiche*, o delle *epoche*, la corrispondenza delle epoche principali con l' anno dell' era volgare al quale il calendario appartiene. Queste epoche principali sono ordinariamente

1.ª La prima Olimpiade d' Ifito.

2.ª La fondazione di Roma secondo Varrone.

3.ª L' epoca di Nabonassarro.

4.ª Il periodo Giuliano.

5.ª Il giorno in cui comincia e quello in cui finisce l' anno corispondente de' Turchi, secondo l' uso di Costantinopoli.

Quindi per nulla omettere di quanto alla costruzione del calendario si appartiene, soggiungeremo le formole generali, che ci daranno la corrispondenza di queste epoche con un anno qualunque dell'era volgare.

151. L' olimpiade era presso de'Greci un intervallo di 4 anni che scorreva tra due successive ce-

Digitized by Google

lebrazioni de' famosi giuochi olimpici. Fu Ifito, re di Elide, che ristabilì in Grecia questi giuochi istituiti da Ercole ed interrotti per moltissimi anni. Secondo gli storici, la prima olimpiade d' Ifito cominciò 776 anni prima dell' era cristiana, e 23 anni prima della fondazione di Roma; per conseguenza, se ad un anno qualunque dell' era volgare si aggiunge 776, la somma sarà l' anno dalla prima olimpiade d' Ifito, e se questa somma si divide per 4, il quoziente indicherà a quale olimpiade l' anno dato dell' era volgare appartiene, ed il resto dinoterà l' anno dell' ultima olimpiade.

In generale, chiamando H un anno qualunque dell' era cristiana, ed x il corrispondente anno dall' ompiade, si avrà

$$x = H + 776 \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (158)$$

Di più, chiamando y il numero delle olimpiadi corrispondenti all' anno dato, e z l' anno avanzante, si ricava da quanto abbiamo detto

$$y = 194 + \left(\frac{H}{4}\right)_q \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (159)$$

$$z = \left(\frac{H}{4}\right)_r \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (160),$$

e perciò si dirà che l' anno H dell' era cristiana corrisponde all'anno x dalla prima olimpiade d' Ifito, ovvero ch' è l'anno $z.^{mo}$ della $y+1$ olimpiade.

Così, facendo $H = 1840$, sarà

$$x = 776 + 1840 = 2616,$$
$$y = 194 + 460 = 654,$$
$$z = 0,$$

dunque l'anno corrente 1840 corrisponde all' anno

2616 dalla prima olimpiade d' Ifito, ovvero alla 655ma olimpiade.

Similmente facendo H=1835, sarà

$$x=776+1835=2611,$$

$$y=194+458=652,$$

$$z=3,$$

e perciò l' anno 1835 corrispose all' anno 2611 dalla prima olimpiade d' Ifito, ovvero a 652 olimpiadi compite, più 3 anni, cioè a dire che il 1835 è l' anno terzo della 653.ma olimpiade.

152. La fondazione di Roma, secondo Varrone, avvenne 753 anni prima di Gesù Cristo, e perciò se all' anno H dell' era volgare si aggiunge 753, la somma sarà il corrispondente anno dalla fondazione di Roma. Quindi chiamando R l' anno dalla fondazione di Roma secondo Varrone, corrispondente all' anno H dell' era volgare, si avrà la formola generale

$$R=H+753 \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \quad (161).$$

Così, facendo H=1840, si ricava R=2593, che sarà il corrispondente anno dalla fondazione di Roma, secondo Varrone.

153. L' epoca di Nabonassarro si fissa dagli storici all' anno 747 prima dell' era volgare, in modo che all' anno dato H dell' era cristiana, aggiungendo 747, si avrà l' anno N corrispondente all' epoca di Nabonassarro. Onde possiamo stabilire la seguente formola generale,

$$N=H+747 \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \quad (162).$$

Quindi volendo conoscere a che anno dall' epoca di Nabonassarro corrisponde l' anno corrente 1840, avremo

Digitized by Google

$$N=1840+747=2587\ ,$$

che sarà l'anno cercato dall'epoca di Nabonassarro.

154. Riguardo al periodo giuliano, ne abbiamo parlato nel numero 77, ed ivi abbiamo data la formola (113)

$$G=\left(\frac{H+4713}{7980}\right)_r,$$

che ci dà l'anno G del periodo giuliano corrispondente all'anno H dell'era volgare.

155. I Maomettani fissano la loro era chiamata *egira* (che significa fuga), dalla fuga di Maometto dalla Mecca e Medina, avvenuta il 16 di luglio dell'anno 622 dell'era volgare. I Turchi si valgono dell'anno lunare, il quale essendo composto di 12 lunazioni ciascuna di 29 giorni, 12 ore, 44′, 2″ $\frac{8}{10}$, come dicemmo nel numero 30, ne segue che la lunghezza di quest'anno sarebbe di 354 giorni, 8′ ore, 48′, 34″; ma essi la fanno di 354 giorni interi. E siccome le 8 ore, e 48′ formono in 30 anni 11 giorni interi, ne viene per conseguenza che i Turchi sono obbligati d'intercalare, ossia di aggiungere 11 giorni in ogni periodo di 30 anni; in modo che in ciascuno di questi periodi vi sono 19 anni comuni ognuno di 354 giorni, ed 11 altri intercalari ognuno di 355, i quali anni intercalari sono il

2°, 5°, 7°, 10, 16°, 18°, 21°, 24°, 26°, ed il 29°...(163)

di ciascun periodo di 30 anni.

156. Segue da ciò, che per vedere se un dato anno dell'egira sia intercalare, bisogna dividerlo per 30, e se il residuo è uno de' numeri di questa serie, in tal caso l'anno dato sarà intercalare.

Così, volendo conoscere se l'anno 1254 dell'egira sia intercalare, lo divideremo per 30, ed avremo per residuo 24, il quale perchè trovasi in questa serie di numeri (163), sarà manifesto che il 1254 dell'egira è un anno intercalare. L'anno 1264 diviso per 30 dà per resto 4, e questo non trovandosi nell'esposta serie, è segno che l'anno 1264 dell'egira è comune.

157. Ora per trovare una formola generale che ci dia i giorni intercalati, ovvero da intercalarsi in un numero M di anni, osserviamo, che siccome in 30 anni s'intercalano 11 giorni, così in M anni se ne dovrebbero intercalare

$$\frac{11\,M}{30} \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \quad (164).$$

Questa formola, se fosse esatta, si dovrebbe verificare per tutti gli anni intercalari di ogni periodo, in modo che facendo successivamente

M=2, 5, 7, 10, 13, 16, 18, 21, 24, 26, 29,

essa formola dovrebbe darci per risultati i corrispondenti giorni intercalati, cioè

1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11;

ma perchè i risultati che si ottengono sono rispettivamente

$$\frac{22}{30}, \frac{55}{30}, \frac{77}{30}, \frac{110}{30}, \frac{143}{30}, \frac{176}{30}, \frac{198}{30}, \frac{231}{30}, \frac{264}{30}, \frac{286}{30}, \frac{319}{30},$$

perciò la formola (164) è falsa, e le differenze tra questi risultati, e quelli che avrebbe dovuto darci sono corrispondentemente.

$$\frac{8}{30}, \frac{5}{30}, \frac{13}{30}, \frac{10}{30}, \frac{7}{30}, \frac{4}{30}, \frac{12}{30}, \frac{9}{30}, \frac{6}{30}, \frac{14}{30}, \frac{11}{30}.$$

Ma osservando che di queste differenze la più grande è $\frac{14}{30}$; ne segue chiaramente, che se la formola (164) si accresca di $\frac{14}{30}$, l'espressione $\frac{11M+14}{30}$ che si ottiene sarà applicabile a tutti gli anni intercalari di ogni periodo, e siccome questi giorni intercalari debbono essere numeri interi, perciò si avrà la formola generale

$$\left(\frac{11M+14}{30}\right)_q \ldots\ldots\ldots (165),$$

che ci darà i giorni intercalati fino all' anno dato M inclusivo. Facendo, per esempio, M=140, si trova per risultato

$$\left(\frac{11.140+14}{30}\right)_q = \left(\frac{1554}{30}\right)_q = 51,$$

il che vuol dire che in 140 anni dell' egira si dovranno intercalare 51 giorni. Ed in fatti, 140 si può decomporre in 120+20, ed essendo 120 composto da 4 periodi di 30 anni, in ciascuno de' quali s'intercalano 11 giorni, perciò in 120 anni se ne intercalano 44. Di più dalla serie (163) si vede che in 20 anni s' intercalano 7 altri giorni, e perciò in tutti i 140 anni se ne intercaleranno 44+7=51 giorni, come precisamense abbiamo ottenuto dalla formola (165).

158. Abbiamo detto nel numero 30 che delle 12 lunazioni che formano i 12 mesi dell' anno lunare, 6 sono di 30 giorni per ciascuna, e 6 di 29 giorni; quindi è che de' 12 mesi de' Turchi sei sono di 30 giorni l' uno e 6 di 29 giorni. Ecco il quadro de' mesi de' Turchi con i rispettivi nomi e numeri de' giorni da' quali sono composti

Digitized by Google

NOMI DE' MESI MAOMETTANI.	NUMERO de' GIORNI.
1 Muharram	30
2 Sophar	29
3 Rabie 1.°	30
4 Rabie 2.°	29
5 Jemeda 1.°	30
6 Jemeda 2.°	29
7 Rajab	30
8 Shaaban	29
9 Ramadan	30
10 Shewall	29
11 Dulkandah	30
12 Dulheggia	29

N. B. L'ultimo mese, cioè Dulheggia, negli anni intercalari è di 30 giorni.

Digitized by Google

159. Per trovare ora la formola generale con la quale si possa determinare in che giorno ed anno dell'era volgare comincia un dato anno de' Turchi, secondo l'uso di Costantinopoli, ci proporremo il seguente problema generale.

Trovare il giorno G dell'anno H dell' era volgare, corrispondente al giorno g *dell' anno E de' turchi.*

Soluzione. Poichè g è il numero de' giorni appartenente all'anno E de' Turchi, sarà E—1 il numero degli anni compiti, e siccome ogni anno dell' egira è composto di 354 giorni, perciò E—1 anni formeranno 354(E—1) giorni, a' quali se aggiungiamo tutti i giorni intercalati fino all' anno E—1 inclusivo, la somma sarà il numero di tutti giorni compresi dal principio dell' egira, fino alla fine dell' anno dato E—1. Mettendo quindi E—1 in luogo di M nella formola (164), si avrà

$$\left(\frac{11(E-1)+14}{30}\right)_q ,$$

per tutti i giorni intercalati, i quali aggiunti a 354(E—1), si avrà

$$354(E-1)+\left(\frac{11(E-1)+14}{30}\right)_q ,$$

che saranno tutti i giorni scorsi dal principio dell' egira sino alla fine dell' anno (E—1).

In oltre, perchè l' egira cominciò a' 16 di luglio dell' anno 622, ossia il giorno 197mo dell'anno 622, ne segue che già erano scorsi 196 giorni del 622 avanti che cominciasse il primo anno dell' egira, e perciò aggiungendo 196 a quest' ultima

Digitized by Google

espressione trovata, e di più aggiungendo i giorni g dell' anno E dell' egira, la somma

$$354(E-1)+\left(\frac{11(E-1)+14}{30}\right)_q+196+g\ ,$$

sarà il numero di tutti i giorni compresi dalla fine dell' anno 621 dell' era volgare, sino al giorno g inclusivo dell' anno E dell' egira. E siccome l' anno dell' era volgare è composto di giorni $365\frac{1}{4}$, ossia di giorni 365, 25, perciò dividendo l'espressione trovata per 365, 25 il quoziente indicherà gli anni dell'era volgare scorsi dal principio del 621 fino al giorno dato g dell' anno E dell' egira, al qual numero di anni aggiunti altri 621 già decorsi dalla nascita di Gesù Cristo fino al principio dell'egira, la somma sarà il numero degli anni dell' era volgare compiti fino al giorno g dell' anno E dell' egira. Il residuo poi della cennata divisione darà il giorno dell' anno seguente nel quale cadrà il giorno dato g, e per conseguenza se in vece di 621 aggiungiamo 622, avremo l' anno corrente dell' era cristiana corrispondente al giorno g dell' anno E dell' egira.

Intanto è da notarsi che il risultato, qualora si trascurasse la frazione decimale che rimane, potrebbe differire di un giorno dal vero valore, e siccome questa frazione decimale che rimane non può essere che 0,25, o pure 0,50, o finalmente 0,75, così per essere in ogni caso sicuri di non errare in minima parte sul valore da determinarsi, metteremo 196,50 in luogo di 196, e poi della frazione che resta non si terrà conto alcuno.

160. In conseguenza di quanto precede, se facciamo

$$Q=\left(\frac{354(E-1)+\left(\frac{11(E-1)+14}{30}\right)_q+196,50+g}{365,25}\right)_q \ldots (166).$$

$$R=\left(\frac{354(E-1)+\left(\frac{11(E-1)+14}{30}\right)_q+196,50+g}{365,25}\right)_r \ldots (167).$$

$$K=\left(\frac{Q+621}{100}\right)_q \ldots\ldots\ldots\ldots (168),$$

verrà, che pel calendario giuliano il giorno g dell' anno E dell' egira corrisponde al giorno

$$G=\left(\frac{R}{100}\right)_q \ldots\ldots\ldots (169),$$

dell' anno

$$H=Q+622 \ldots\ldots\ldots (170),$$

e pel calendario gregoriano corrisponderà al giorno

$$G'=\left(\frac{R}{100}\right)_q+\left(\frac{3K-5}{4}\right)_q \ldots\ldots (171)$$

del medesimo anno H.

161. *Esempio I.°* Si vuol conoscere a che giorno ed a quale anno dell' era volgare corrisponde il giorno 18 di Rajab dell' anno 1255 dell' egira.

Avremo che il giorno 18 di Rajab corrisponde al giorno 195mo dell' anno 1255, perchè si ha

$$g=\underset{\text{Muharram}}{30}+\underset{\text{Sophar}}{29}+\underset{\text{Rabie 1.°}}{30}+\underset{\text{Rabie 2.°}}{29}+\underset{\text{Jemeda 1.°}}{30}+\underset{\text{Jemeda 2.°}}{29}$$
$$+\underset{\text{Rajab}}{18}=195.$$

Quindi facendo nella formola (166) $E=1255$, e $g=195$, si trova

Digitized by Google

```
E—1 = 1254   . . . .   E—1 = 1254
      354                     11
    ------                  ----
     5016                   1254
    6270                   1254
   3762                      14
      460                  ----
      196, 50              13808 | 30
      195                  120   |----
   ---------               ----  460
   444767, 50 | 365,25      180
   36525      |-------      180
   ------      1217 = Q     ----
    79517                     8
    73050
    -----
     64675
     36525
     -----
     281500
     255675
     ------
      25825 = R
```

Dunque Q=1217 ed R=25825, e perciò le formole (168), (169) (170) e (171) ci daranno.

```
Q = 1217                  R = 25825 | 100
     621                        200  |-----
    ----                        ---  258 = G
    1838 | 100                 582
    100  |-----                500
    ----  18 = K               ----
     838                        825
     800                        800
     ---                        ---
      38                         25
```

Digitized by Google

$$Q = 1217 \qquad 3K = 54$$
$$622 \qquad\qquad 5$$
$$1839 = H \qquad 3K-5 = 49 \;\underline{|\,4}$$
$$4 \qquad 12 = \left(\frac{3K-5}{4}\right)_q$$
$$9$$
$$8$$
$$1$$

$$\left(\frac{R}{100}\right)_q = 258$$

$$\left(\frac{3K-5}{4}\right)_q = 12$$
$$270 = G' ;$$

Onde il 18 di Rajab dell' anno 1255 dell' egira corrisponde al giorno 258mo del vecchio stile, ovvero al giorno 270mo del nuovo stile dell' anno 1839 dell'era volgare, cioè a dire, corrisponde a'15 settembre secondo il calendario giuliano, ed a'27 settembre secondo il calendario gregoriano dell'anno 1839.

Esempio. II° Si vuol sapere in che giorno comincia il medesimo anno de' Turchi 1255, secondo l'uso di Costantinopoli. Avremo in tal caso $g=1$, ed $E=1255$: perciò sostituendo questi valori, si ricava

$$Q=1217, R=6450. K=18, H=1839, G=64, G'=76.$$

Dunque l'anno de' Turchi 1255 comincia il giorno 64 del vecchio stile, ovvero il giorno 76 del nuovo stile del 1839, cioè a dire a' 5 marzo vecchio stile, ovvero a'17 nuovo stile del 1839. Ed infatti, nel primo esempio era $g=195$, ed il risultato era $G'=270$, in questo esempio $g=1$, e siccome $195-1=194$, perciò il risultato di questo esempio dev'essere $270-194$, ossia 76, cioè il 17 di marzo.

Esempio III. Del pari volendo conoscere in che giorno ed in quale anno dell' era volgare comincia l' anno 1261 de' Turchi, secondo l' uso di Costantinopoli, si farà $g=1$ ed $E=1261$, e le formole trovate ci daranno.

$Q=1222$, $R=3645$, $K=18$, $H=1844$, $G=364$, e $G'=376$.

Quindi l' anno de' Turchi 1261 comincerà il giorno 364 del vecchio stile, ovvero il giorno 376 del nuovo stile dell' anno 1844. Osservando ora che il giorno 364 del 1844 corrisponde a' 29 di dicembre, per esssere il 1844 bisestile e quindi di 366 giorni, perciò l' anno de' Turchi 1261 comincia, secondo l'uso di Costantinopoli, il 29 di dicembre del 1844 secondo il vecchio stile. Di più osservando che i 376 giorni del nuovo stile sono più de' 366 giorni che compongono l' anno 1844, perciò da 376 togliendo 366, restano 10 giorni dell'anno 1845, che corrispondono a' 10 di gennaio. Dunque il medesimo anno 1261 de' Turchi comincia secondo l'uso di Costantinopoli il 10 gennaio (nuovo stile) del 1845.

Esempio IV. In fine volendo conoscere in che giorno ed anno dell' era volgare comincia l' anno de' Turchi 1256, faremo $g=1$ ed $E=1256$, e troveremo

$Q=1218$, $R=5300$, $K=18$, $H=1840$, $G=53$, $G'=65$.

Dunque l'anno de' Turchi 1256 comincia, secondo l' uso di Costantinopoli, il giorno 53 del vecchio stile, ovvero il giorno 65 del nuovo stile dell' anno 1840, ossia il 22 febbraio vecchio stile, ovvero il 5 di marzo nuovo stile del 1840.

162. Conoscendo in che giorno comincia un dato anno de' Turchi, si potrà facilmente conoscere in che giorno deve terminare. Per esempio, avendo trovato nel secondo esempio che l' anno de' Turchi

Digitized by Google

1255 comincia il 17 di marzo, ossia il giorno 76mo dell' anno 1839, ne segue che prima di cominciare l'anno 1255 de' Turchi già erano scorsi 75 giorni del 1839, e perciò a 75 aggiungendo 354 giorni per l' anno comune de' Turchi 1255, si avrà per somma 429, dalla quale togliendone 365, per l'anno 1839, restano 64 giorni del 1840, i quali giorni corrispondono a'4 di marzo, e perciò si dirà che l'anno de' Turchi 1255 finirà a'4 marzo del 1840 del nuovo stile.

Similmente avendo trovato nel terzo esempio che l'anno de' Turchi 1261 comincia li 10 gennaio (nuovo stile) del 1845, e non essendo il 1261 anno intercalare (num.° 156), perciò a' 9 gennaio aggiungeremo 354 giorni, e la somma 363 giorni del 1845 ci darà il giorno in cui finisce l'anno de' Turchi 1261; ma il giorno 363 del 1845 corrisponde a' 29 di dicembre; dunque l' anno de' Turchi 1261 finisce a' 29 di dicembre del 1845.

Del pari avendo trovato nel IV esempio che l'anno 1256 de' Turchi comincia il 5 di marzo, ossia il giorno 65mo dell'anno corrente 1840, perciò a 64 aggiungendo 355 giorni, per l' anno intercalare de' Turchi 1256, si ha per somma 419, dalla quale togliendo 366 giorni per l' anno 1840, ch' è bisestile, restano 53 giorni dell' anno 1841, i quali corrispondono a' 22 di febbraio. Onde l' anno 1256 de' Turchi finirà a' 22 di febbraio del 1841.

163. Occupiamoci ora del problema inverso, cioè:

Trovare a qual giorno ed a quale anno dell' egira corrisponde il giorno G (vecchio stile) dell' anno H dell' era volgare.

Soluzione. Poichè il giorno dato G appartiene all'anno H, sarà H—1, il numero degli anni compiti, da' quali togliendone 621 scorsi prima dell' incominciamento dell' egira, restano (H—622).

Digitized by Google

E siccome ciascuno di questi anni è di giorni $365\frac{1}{4}$ perciò gli H—622 anni formeranno $365\frac{1}{4}$(H—622) giorni, a' quali aggiunti i G giorni dell' anno H, e dalla somma tolti i 196 giorni scorsi dal principio del 621 fino al principio dell' egira, restano

$$365\tfrac{1}{4}(H-622)+G-196.$$

Ora siccome H—622=(H—623)+1, perciò sostituendo e riducendo, l' espressione trovata prende questa forma

$$365\tfrac{1}{4}(H-623)+G+169\tfrac{3}{4}\ .\ .\ .\ .\ .\ .\ .\ .\ (172)$$

Di più, essendo ogni anno de' Turchi di 354 giorni, 30 di questi anni formeranno 10620 giorni, a'quali aggiunti gli 11 giorni intercalari, si avranno in tutto 10631, che saranno i giorni componenti un periodo di 30 anni turchi. Onde dividendo l'espressione (172) per questo numero di giorni, il quoziante sarà il numero de'periodi di 30 anni turchi, decorsi dal principio dell' egira fino al giorno G dell' anno H, ed il resto sarà il numero de'giorni avanzanti, e siccome ogni periodo è composto di 30 anni, perciò tutti i periodi trovati con la cennata divisione formeranno

$$30\left(\frac{365\frac{1}{4}(H-623)+G+169\frac{3}{4}}{10631}\right)_q\ .\ .\ .\ .\ (173),$$

anni turchi.

Di più, i giorni indicati dal resto della divisione potendo formare uno o più anni, è necessario perciò di tener conto di questi anni. Quindi indicando con R questo residuo, sarà

$$R=30\left(\frac{365\frac{1}{4}(H-623)+G+169\frac{3}{4}}{10631}\right)_r\ .\ .\ .\ .\ (174).$$

Digitized by Google

E siccome un anno de' Turchi è composto di 354 giorni, ne segue che dividendo R per 354, il quoziente intero di $\frac{R}{354}$ sarà il numero degli anni che compongono gli R giorni, ed il resto indica i giorni avanzanti, da' quali si dovranno togliere quelli che derivano dagli anni intercalari. Quindi chiamando Q questo quoziente intero, ossia facendo

$$Q=\left(\frac{R}{354}\right)_q \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \quad (175),$$

sarà, per la formola (165),

$$\left(\frac{11Q+14}{30}\right)_q,$$

il numero de' giorni intercalati in Q anni. Onde aggiungendo $\frac{R}{354}$ all' espressione (173) e poi togliendo i giorni intercalati $\left(\frac{11Q+14}{30}\right)_q$, il resto

$$30\left(\frac{354(H-623)+G+169\frac{1}{4}}{10631}\right)_q+\frac{R}{354}-\left(\frac{11Q+14}{30}\right)_q$$

indicherà gli anni turchi ed i giorni decorsi dal principio dell' egira fino al giorno G inclusivo. Finalmente accrescendo questa espressione di una unità per avere l' anno corrente de' Turchi corrispondente a' giorni che avanzano, e chiamando E l' anno cercato dell'egira, si avrà la seguente formola generale

$$E = 1^{\text{anno}} + 30\left(\frac{365\frac{1}{4}(H-623)+G+169\frac{1}{4}}{10631}\right)_q+\frac{R}{354}-\left(\frac{11Q+14}{30}\right)_q \ldots (176),$$

Digitized by Google

che ci darà il giorno e l' anno de' Turchi corrispondenti al giorno G dell'anno H dell'era volgare.

Si avverta però che se il giorno dato dell'anno H è rapportato al nuovo stile, in tal caso dovrà prima rapportarsi al vecchio stile con diminuirlo di $\left(\frac{3K-5}{4}\right)_q$, e poi sostituirlo nella formola (176); cioè a dire che chiamando G' il giorno dato rapportato al nuovo stile, e G quello del vecchio stile, sarà

$$G=G'-\left(\frac{3K-5}{4}\right)_q \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (177).$$

164. *Esempio I.* Si vuol sapere a che giorno ed a che anno dell' egira corrisponde il 27 settembre dell' anno 1839, nuovo stile.

Poichè il 27 settembre corrisponde al 27mo giorno dell' anno, perciò nella formola (177) facendo $G'=270$ e $K=18$, verrà

$$G=270-12=258.$$

Quindi con questo valore e col valore 1839 di H, calcoleremo la formola (176), nel seguente modo

Digitized by Google

$$
\begin{array}{rl}
H = & 1839 \\
 & 623 \\
\hline
 & 1216 \\
 & 365\tfrac{1}{4} \\
\hline
 & 6080 \\
 & 7296 \\
 & 3648 \\
 & 304 \\
 & 258 \ldots G \\
 & 169\tfrac{1}{4} \\
\hline
 & 444571\tfrac{1}{4} \quad \big| \; 10631 \\
 & 42524 \qquad\qquad 41 \ldots 41 \\
\hline
 & 19331 \qquad\qquad\qquad 30 \\
 & 10631 \qquad\qquad\qquad \overline{00} \\
\hline
R = & 8700 \quad \big| \; 354 \qquad 123 \\
 & 708 \qquad 24 = Q, \quad 1230 \ldots 1230 \\
\hline
 & 1620 \qquad 11 \qquad\qquad\qquad 24{,}204 = \dfrac{R}{354} \\
 & 1416 \qquad 24 \qquad\qquad\qquad \overline{1255{,}204} \\
\hline
 & 204 \qquad 24 \\
 & \qquad\quad 14 \qquad\qquad\qquad\qquad -9 = \left(\dfrac{11Q+14}{30}\right)_q \\
\hline
 & \qquad\quad 278 \quad \big| \; 30 \qquad E = 1255{,}195 \\
 & \qquad\quad 270 \qquad 9 \\
\hline
 & \qquad\qquad 8
\end{array}
$$

Dunque il 27 di settembre del 1839 corrisponde al 195mo giorno dell'anno 1255 de' Turchi. Per conoscere in fine a che mese ed a che giorno del mese corrisponde il 195mo giorno, osserveremo che nell'anno de' Turchi i mesi pari sono tutti di 30 giorni ed i dispari di 29, e che perciò due mesi consecutivi fanno 59 giorni. Onde dividendo i 195 giorni per 59, il quoziente è 3 ed il resto 18, il che vuol dire che 195 giorni fanno 3 volte due

Digitized by Google

mesi, ossia 6 mesi e 18 giorni, e perciò corrispondono a' 18 del settimo mese, cioè a' 18 di Rajab; precisamente come abbiamo supposto nel primo esempio del numero 161.

165. Intanto per facilitare la ricerca del mese e del giorno corrispondente ad un dato anno dei Turchi, soggiungiamo la seguente tavola, che ci dà immediatamente la corrispondenza de' giorni dell'anno con gli ultimi giorni de' 12 mesi di un anno comune de' Turchi.

GIORNI.	MESI TURCHI.
30	30 Muharram.
59	29 Sophar.
89	30 Rabie 1.°
118	29 Rabie 2.°
148	30 Jemeda 1.°
177	29 Jemeda 2.°
207	30 Rajab.
236	29 Shaaban.
266	30 Ramadan.
295	29 Shewall.
325	30 Dulkandah.
354	29 Dulheggia.

Da questa tavola si vede immediatamente che 195 è compreso tra i 177 giorni di Iemeda 2°, ed

Digitized by Google

i 207 di Rajab, e perciò togliendone 177 pel mese di Iemeda 2°, restano 18 di Rajab.

Esempio II. Sia da determinarsi il giorno e l'anno dell'egira al quale corrisponde il 5 di marzo (nuovo stile) dell' anno 1840.

Poichè il 5 di marzo corrisponde al 65mo giorno dell' anno bisestile 1840, perciò nella formola (177) faremo G=65 e K=18, e si ottiene G=53. Quindi nella formola (176) facendo G=53 ed H=1840, troveremo,

```
H =  1840
      623
    ------
     1217
      365 1/4
    ------
     6085
    7302
   3651
      304 1/4
       53
      169 1/4
   ------
   444731 | 10631
   42524  |-------
   ------   41 . . . . . 41
    19491                 30
    10631                ---
    -----                 00
R =  8860 | 354          123
     708  |-----        -----          1
    ----    25 = Q,    1230 . . . 1230
     1780    11                    25,10
     1770   ---                  -------
     ----    25                  1256,10
       10    25                      -9
             14                  -------
            ---                E = 1256,1
            289 | 30
            270 |---
            ---   9
             19
```

Digitized by Google

Dunque il 5 di marzo del 1840 corrisponde al primo giorno dell'anno 1256 dell'egira, cioè al primo giorno di Muharram; e questo risultato corrisponde precisamente al IV esempio della pagina 238.

Esempio III. Si domanda il giorno, e l'anno dell'egira corrispondente a'31 di marzo del 1818 (vecchio stile).

Essendo in questo caso il 31 marzo il 90mo giorno dell'anno, perciò faremo nella formola (176) G=90 ed H=1818; ed avremo

```
H = 1818
     623
    ----
    1195
     365 1/4
    -----
    5975
   7170
  3585
     298 3/4
      90
     169 1/4
  ------
  436733 | 10631
  42524   ------
  -----   41 . . . . . 41
  11493                30
  10631                --
  -----                00
R = 862 | 354        123
    708 ----         ----          1
    ---   2          1230 . . . 1230
    154  11                      2,154
         --                    -------
         22                    1233,154
         14                         -1
         --                    -------
         36 | 30          E = 1233,153
         30 |----
         --  1
          6
```

Digitized by Google

Dunque il 31 di marzo del 1818 cade nel 153.mo giorno del 1233 dell'egira, e poichè dalla tavola qui sopra esposta risulta che il giorno 153.mo corrisponde a' 5 di Iemeda 2°, perciò il 31 marzo del 1818 corrisponde a' 5 di Iemeda 2°, dell'anno 1233 de' Turchi.

166. Quantunque l'oggetto propostoci in questo capitolo sia stato quello di esporre le formole generali delle sole epoche o notizie cronologiche registrate nel calendario, pur tuttavia crediamo di far cosa gradita, e nel tempo stesso vantaggiosa, di qui soggiungere una tavola cronologica dovuta al Signor *Tittel*, con l'aiuto della quale si può facilmente passare da un'epoca ad un'altra. Essa trovasi inserita nel pregevole giornale Tedesco che si pubblicava a Stuttgart da' signori *Liudenau* e *Bohneuberger* sotto il titolo ZEIT SCHRIFT FUR ASTRONOMIE, UND VERWANDTE WISSENSCHAFTEN (vol. 11, pag. 251, Stut. 1816). Questa tavola è composta di quattro colonne diverse, nella prima delle quali vi sono i nomi delle principali epoche; nella seconda, il loro principio in anni e millesimi di anni dell'era costantinopolitana, come la più antica di tutte; nella terza colonna vi sono questi medesimi principî espressi in giorni e centesimi di giorni valutati dal principio della medesima era costantinopolitana; e la quarta infine contiene il numero de' giorni e parti di giorno componenti la lunghezza media dell'anno di ciascuna epoca. I numeri della seconda e della terza colonna, perchè esprimono il principio delle diverse epoche sono chiamati *radici*. L'uso di questa tavola si vedrà dalla soluzione del seguente problema generale di cronologia.

167. *Dato il giorno* g *dell'anno* a *appartenente all'era* E, *determinare il giorno e l'anno corrispondente di un'altra era* E'.

Soluzione. Dinotiamo con r ed r' le radici del-

Digitized by Google

le ere E ed E′; con l ed l' i numeri de' giorni che compongono i loro rispettivi anni; con x il numero degli anni e parti dell' anno dell' era E′, corrispondenti al giorno g ed anno a dell' era E, e con λ il numero de' giorni contenuti nell' anno costantinopolitano; cioè si faccia $\lambda = 369\frac{1}{4}$.

Essendo r la radice dell'era E, ossia il numero degli anni costantinopolitani dopo i quali ebbe principio l'era E, e ciascuno di questi anni essendo di λ giorni, sarà $r\lambda$ il numero de' giorni compresi dal principio dell' era costantinopolitana fino a quello dell' era E. Di più essendo a l' anno dato dell' era E al quale appartiene il giorno dato g, sarà $a-1$ il numero degli anni scorsi dal principio dell' era E fino al quello dell' anno a esclusivo, e ciascuno di questi anni essendo composto di l giorni, sarà $l(a-1)$ il numero de'giorni compresi in $a-1$ anni, a' quali aggiunti i giorni dati g dell' anno a, la somma $(a-1)l+g$ esprimerà il numero dei giorni compresi dal principio dell' era E sino al giorno dato g inclusivo. Quindi se a questa quantità aggiungiamo $r\lambda$, che sono i giorni scorsi dal principio dell' era costantinopolitana fino a quello dell' era E, la somma $r\lambda+(a-1)l+g$ esprimerà il numero de' giorni compresi dal principio dell' era costantinopolitana sino al giorno dato g dell'anno a, posteriore al principio dell' era E; e se da $r\lambda$ togliamo $(a-1)l+g$, il resto $r\lambda-(a-1)l-g$, esprimerà il numero de' giorni compresi dal principio dell' era costantinopolitana sino al giorno g dell' anno a, anteriore al principio dell' era E. Dunque in generale.

$$r\lambda \pm [(a-1)l+g] \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (178),$$

sarà il numero de' giorni compresi dal principio

Digitized by Google

dell' era costantinopolitana, fino al giorno dato g inclusivo dell' anno a, appartenente all' era E; avvertendo che il segno superiore avrà luogo per gli anni posteriori al principio dell' era E, ed il segno inferiore varrà per gli anni anteriori.

168. Di più, essendo r' la radice dell'era E', ossia il numero degli anni costantinopolitani, dopo i quali ebbe origine l'era E', ed essendo ciascuno di questi anni composto di λ giorni, sarà $r'\lambda$ il numero de' giorni scorsi dal principio dell' era costantinopolitana, fino a quello dell' era E'. In oltre, essendo x il numero degli anni cercati dell' era E', corrispondenti al giorno g dell' anno dato a, ed essendo ciascuno di questi anni composto di l' giorni, saranno xl' i giorni compresi dal principio dell' era E' sino all' ultimo giorno inclusivo dell' anno x, ossia de' giorni compresi dal principio dell' era E', sino al giorno dato g inclusivo. Quindi se questo numero di giorni xl' lo aggiungiamo ad $r'\lambda$, che sono i giorni scorsi dal principio dell' era costantinopolitana fino a quello dell' era E', la somma $r'\lambda+xl'$ indicherà il numero de' giorni compresi dal principio dell' era costantinopolitana fino al giorno dato g inclusivo dell' anno a; ma questo numero di giorni lo abbiamo trovato anche eguale ad (178)

$$r\lambda \pm [\ (a-1)l+g\ ]$$

dunque sarà

$$r'\lambda+xl'=r\lambda \pm [\ (a-1)l+g\ ],$$

dalla quale si ricava

$$x=\frac{(r-r')\lambda \pm [\ (a-1)l+g]}{l'},$$

Digitized by Google

che, a causa del doppio segno, ci darà

$$x=\frac{(r-r')\lambda+(a-1)l+g}{l'} \quad \ldots\ldots \quad (179)$$

$$x=\frac{(r-r')\lambda-(a-1)l-g}{l'} \quad \ldots\ldots \quad (180).$$

La prima serve per gli anni a dell'era E posteriori al suo principio, e la seconda per gli anni anteriori.

169. Nel caso particolare di $\lambda=l=l'$, queste formole diventano

$$x=(r+a-r'-1)^{an}+g^{gior}. \quad \ldots\ldots\ldots \quad (181)$$

$$x=(r+1-a-r')^{an}-g^{gior}. \quad \ldots\ldots\ldots \quad (182).$$

I seguenti esempî mostreranno l'utilità della tavola cronologica, e la facilità del metodo.

170. *Esempio I.* Si domanda a qual giorno ed anno dell'era costantinopolitana corrisponde il primo giorno dell'anno 6531 del periodo giuliano.

Essendo in questo caso $\lambda=l=l'$, ed essendo l'anno 6531 del periodo giuliano posteriore al suo principio, è chiaro che dobbiamo far uso della formola (181). Quindi avendo dalla tavola cronologica $r=795,334$; $r'=000,00$, perciò sostituendo questi valori e facendo $a=6531$ e $g=1$, si avrà

$$x=(795,334+6531-1)^{an}+1^{gior},$$

ossia

$$x=7325^{an},\ 334+1^{gior};$$

e moltiplicando 0,334 per $365\frac{1}{4}$, che sono i giorni contenuti nell'anno costantinopolitano, il pro-

Digitized by Google

dotto sarà 121 gior, e 0,954, ossia di 122 giorni, e perciò sostituendo, verrà

$$x=7325 \text{ anni, più } 123 \text{ giorni.}$$

Dunque il primo giorno dell' anno 6531 del periodo giuliano corrisponde a 7325 anni compiti, più 123 giorni dell' era costantinopolitana, ossia al 123mo giorno dell' anno 7326.

Esempio II. Si domanda il giorno e l'anno dell' egira, corrispondente a'31 marzo del 1818 (vecchio stile).

In questo caso si avrà $\lambda=l$, e perciò la formola (179) ci darà

$$x=\frac{(r-r'+a-1)\lambda+g}{l'},$$

e facendo in questa equazione $a=1818$, $g=90$, $r=5508,334$, $r'=6129,872$, $\lambda=365\frac{1}{4}$, $l=354\frac{11}{30}$, si trova la quantità

$$(r-r'+a-1)\lambda=436642,495,$$

che aumentata di 90 giorni, e la somma divisa per $354\frac{11}{30}$, dà per quoziente 1232, 431. E moltiplicando la frazione 0,431 di anno per $354\frac{11}{30}$, affin di ridurla a giorni, si trova per prodotto $152^{gior},732$, ossia 153 giorni. Quindi il valore di x sarà di 1232 anni e 153 giorni; e perciò il 31 marzo del 1818 corrisponde al 153mo giorno dell'anno 1233 dell'egira, cioè a'5 di Iemeda 2ª dell'anno 1233, precisamente come trovammo nel terzo esempio della pagina 246.

Esempio III. Tolomeo riferisce di essersi osservata in Alessandria un' ecclisse di luna nel giorno 27 dell' anno 366 di Nabonassarro: si domanda il corrispondente giorno ed anno dell' era volgare.

Digitized by Google

In questo caso si ha $a=366$; $g=27$; $l=365$; $l'=\lambda=365\frac{1}{4}$; $r=4761$, 488 ; ed $r'=5508$, 334 , e la formola (179) , nel caso di $l'=\lambda$ diventa

$$x=(r-r')+\frac{(a-1)l+g}{l'} ,$$

e perciò sarà

$$\begin{array}{rl} r= & 4761,488 \\ r'= & 5508,334 \\ \hline r-r'= & -746,846 \end{array} \qquad \begin{array}{r} 133225=(a-1)l \\ 27=g \\ \hline 133252:365\frac{1}{4}= \quad 364,824 \\ r-r'=-746,846 \\ \hline x=-382,022 \end{array}$$

e moltiplicando la frazione 0.022 per $365\frac{1}{4}$, affin di ridurla a giorni , si trova per prodotto 8 giorni , e perciò sarà

$$x=-(382^{an}+8^{gior}).$$

Dunque la detta osservazione corrisponde a 382 anni compiti , ed 8 giorni prima dell' era volgare, e per conseguenza cade a' 24 di dicembre dell'anno 383 prima di Gesù Cristo.

Esempio IV. Si domanda a qual giorno ed a quale anno dell'era volgare corrisponde il primo giorno della 199ma olimpiade. Essendo 198 il numero delle olimpiadi compite , esse formeranno 792 anni , a' quali aggiunti i 3 anni della 199ma olimpiade , si avranno in tutto 795 anni. Dunque la questione è ridotta a trovare il giorno ed anno dell' era volgare , corispondente al primo giorno dell' anno 795 dalla prima olimpiade d' Ifito. Avremo dunque $a=795$; $g=1$; $r=4732,830$; $r'=5508$, 334; $l=l'=\lambda=365\frac{1}{4}$, e perciò la formola (182) ci darà

$$x=(4732,830-5508,334+795-1)^{an}+1^{gior.},$$

ossia

$$x=18^{an},\ 496+1^{gior.}.$$

E moltiplicando la frazione 0,496 di anno per $365\frac{1}{4}$ affin di ridurla a giorni, verrà $0^{an}.496=181$ giorni. Quindi sarà

$$x=18 \text{ anni e } 182 \text{ giorni.}$$

Dunque il primo giorno dell' anno 3.° della 199ma olimpiade, corrisponde al giorno 182mo dell' anno 19 dell' era volgare, ossia al primo di luglio dell' anno 18 dell' era volgare; appunto come riscontrasi nella tavola cronologica dell'*Art de vérifier les dates*, citata nel n.° 72. È da avvertirsi intanto che quando ne' risultati si aspira a maggiore esattezza, si dovranno adoperare le radici espresse in giorni (a).

(a) La seguente tavola cronologica è stata estratta dagli Elementi di Astronomia del Professore Santini.

Digitized by Google

NOMI delle PRINCIPALI EPOCHE.	RADICI ESPRESSE in anni, e millesimi di anno.	RADICI ESPRESSE in giorni, e centesimi di giorno.	Lunghezza media dell' anno in giorni.
Era costantinopolitana (dalla creazione).	0,000	0,00	365 1/4
Era alessandrina degli storici greci	15,000	5478,75	365 1/4
Periodo greco - romano.....	15,334	5600,75	365 1/4
Creazione secondo Eusebio.....	309,000	112862,25	365 1/4
Periodo Giuliano.....	795,334	290495,75	365 1/4
Periodo di Jobel.....	1328,060	485084,00	365 1/4
Creazione secondo gli autori cristiani.....	1525,153	557061,25	365 1/4
Molad Thou, nuovo anno giudaico della creazione.....	1747,100	638127,75	365 1/4
Principio delle Olimpiadi.....	4732,830	1728668,25	365 1/4
Fondazione di Roma secondo i Fasti capitolini.....	4754,334	1736520,50	365 1/4
—secondo Varrone...	4755,334	1736885,75	365 1/4
Era di Nabonassarro, o Era matematica...	4761,488	1739133,50	365
Era di Filippo Arideo	5185,200	1893893,25	365 1/4
Era di Alessandro detta de' Seleucidi, o di Dhilkarnaim.....	5197,084	1898234,25	365 1/4

NOMI delle PRINCIPALI EPOCHE.	RADICI ESPRESSE in anni, e millesimi di anno.	RADICI ESPRESSE in giorni, e centesimi di giorno.	Lunghezza media dell'anno in giorni.
Liberazione di Antiochia, o Era cesarea di Antiochia.....	5460,000	1994265,00	$365\frac{1}{4}$
Epoca della correzione di Giulio Cesare.	5463,334	1995482,75	$365\frac{1}{4}$
Era di Spagna.....	5470,334	1998039,50	$365\frac{1}{4}$
Era Azziaca.....	5478,003	2000840,50	$365\frac{1}{4}$
Era cesarea di Egitto	5478,992	2001201,75	$365\frac{1}{4}$
Era cesarea romana...	5481,334	2002057,25	$365\frac{1}{4}$
Nascita di Gesù Cristo, o Era volgare...	5508,334	2011919,00	$365\frac{1}{4}$
Era di Diocleziano, od Era de' Martiri...	5791,994	2115525,75	$365\frac{1}{4}$
Egira, o fuga di Maometto dalla Mecca...	6129,872	2238936,00	$365\frac{11}{30}$
Era persiana d' Isdegerde III (dal suo avven. al trono).....	6139,793	2242559,75	365
Era galeana, o riforma di Malek-Schah-Dgelaleddin.....	6586,529	2405731,50	$365\frac{1}{4}$
Repubblica francese.	7300,031	2666336,25	$365\frac{102}{470}$

N. B. La vera lunghezza media dell'anno giudaico è $=365\frac{24361}{98496}$, in luogo del quale si è scritto $365\frac{1}{4}$ a quella prossima. Se nei confronti si aspiri a maggiore esattezza, si dovrà adoperare il numero precedente.

Digitized by Google

CAPITOLO X.

USO DELLE TAVOLE PER TROVARE SENZA CALCOLO LE FESTE MOBILI DI QUALUNQUE ANNO DAL 1600 FINO AL 50000.

171. Quantunque ne' precedenti capitoli si fossero esposte le formole opportune per calcolare la Pasqua e tutte le altre feste mobili di un anno qualunque, ed in qualunque secolo; pure in grazia di coloro che non volessero, o non sapessero servirsi di queste formole, stimiamo opportuno di soggiungere questo capitoletto, a solo oggetto di far vedere come con l'aiuto delle tavole poste nel corpo e nella fine di quest' opera, si possano facilissimamente, e senza calcolo alcuno, determinare per ambi i calendarî tutte le feste mobili di qualunque anno dal 1600 sino al 50000, come si vedrà da' seguenti esempî.

172. *Esempio I.°* Supponiamo che si volessero determinare tutte le feste mobili gregoriane del corrente anno 18 40.

Distaccando dalla dritta dell' anno dato 18 40 le due ultime cifre 40, resta alle sinistra 18, ch' è il numero de' secoli compiti fino all' anno dato. Indi nella prima tavola posta alla fine dell' opera, e propriamente nella colonna che ha in testa K, si troverà 18, ed andando in linea fino alle colonne M, b', v, si troverà essere $M=23$, $b'=2$, $v=18$. In seguito nella tavola de' numeri d' oro posta al

Digitized by Google

numero 29, e propriamente nella colonna degli anni intermedî si troverà l' anno dato 40, ed andando in linea fino alla colonna che ha in testa $v=18$, si troverà segnato 17, che sarà il numero d' oro del 1840. Di più nella tavola spasa delle epatte, posta alla pagina 78, e propriamente nella colonna M, si rinverrà il valore trovato 23, ed andando in linea fino alla colonna che ha in testa il numero d' oro trovato 17, si troverà segnata l' epatta XXVI, che sarà quella del 1840. In oltre nella tavola perpetua delle lettere domenicali gregoriane posta alla pagina 49, e propriamente nella colonna degli anni intermedì si troverà 40, ed andando in linea fino alla colonna che ha in testa $b'=2$, si troveranno le lettere domenicali ED, che saranno quelle del 1840. In fine nella tavola seconda, posta in fine dell' opera, si troverà la lettera D, e nella corrispondente casella delle epatte si troverà XXVI, ed andando in linea fino alle colonne delle diverse feste mobili, si troveranno tutte le feste mobili cercate dell'anno dato 1840, le quali saranno

Settuagesima . . = 16 di febbraio,
Le Ceneri . . . = 4 di marzo,
Pasqua . . . . . = 19 di aprile,
Rogazioni . . . = 25, 26, 27 di maggio,
Ascensione . . . = 28 di maggio,
Pentecoste . . . = 7 di giugno,
SS. Trinità . . = 14 di giugno,
Corpus Domini. = 18 di giugno,
1.ª Domenica dell' Avvento = 29 di novembre,

Quattro tempi di

Primavera . . = 11, 13, 14, di marzo,

Digitized by Google

Estate . . . . . = 10, 12, 13, di giugno,
Autunno . . . . = 16, 18, 19, di settembre,
Inverno . . . . = 16, 18, 19, di dicembre,
Numero delle domeniche intercette tra Pentecoste e l' Avvento=24.
SS. Nome di Gesù . . . . . =19 di gennaio,
Dolori di Maria Vergine . . . . . =10 di aprile,
Patrocinio di S. Giuseppe . . . . =10 di maggio,
SS. Cuore di Gesù . . . . . =26 di giugno,
S.Gioacchino padre di Maria Vergine =16 di agosto,
SS. Nome di Maria Vergine . . . =13 di settem.,
Festa de' 7 dolori di Maria Vergine =20 di settem.,
Festa del SS. Rosario . . . . . = 4 di ottobre,
Festa della Purità di Maria Vergine =18 di ottobre,
Patrocinio di Maria Vergine . . . = 5 di novemb.

È da notarsi che essendo il 1840 bisestile, e le Ceneri cadendo di febbraio si debbono aumentare di un giorno, e perciò, essendo nella tavola ai 15 febbraio, si debbono calcolare a' 16 (numero 62).

Del pari essendo il 1840 bisestile, il SS. Nome di Gesù si aumenterà di un giorno, ed è perciò che abbiamo posto il 19 gennaio (numero 69).

Esempio II. Si domandano le feste mobili gregoriane dell' anno 4982.

Distaccando dalla dritta le due ultime cifre, resta alla sinistra 49, che sarà il numero de' secoli compiti fino all'anno dato. Nella tavola 1.ª posta alla fine dell'opera, e propriamente nella colonna de' valori di K, si troverà 49, ed andando in linea fino alle colonne M, b', v, si troverà M=6, b'=1, v=11. Indi nella tavola de' numeri d' oro posta alla pagina 60, e propriamente nella colonna degli anni intermedî,

si troverà l'anno dato 82, ed andando in linea fino alla colonna che ha in testa $v=11$, il numero d'oro 5 che si trova segnato, sarà quello del 4982. Di più nella tavola spasa delle epatte, e propriamente nella colonna de' valori di M, si troverà il valore trovato 6, ed andando in linea fino alla colonna che ha in testa il numero d'oro 5, l'epatta segnata I sarà quella dell'anno dato 4982. Indi nella tavola perpetua delle lettere domenicali gregoriane, posta alla pagina 49, e precisamente nella colonna degli anni intermedî, si troverà l'anno dato 82, ed andando in linea fino alla colonna che ha in testa $b'=1$, si troverà la lettera domenicale F, che sarà quella dell'anno dato 4982. Finalmente nella tavola 2.ª posta in fine dell'opera si troverà la lettera F, e nella corrispondente casella delle epatte si troverà l'epatta trovata I, ed andando in linea fino alle colonne di tutte le feste mobili, si troverà

Settuagesima . . = 10 di febbraio,
Le Ceneri . . . = 27 di febbraio,
Pasqua . . . . . = 14 di aprile,
Rogazioni . . . = 20, 21, 22 di maggio,
Ascensione . . = 23 di maggio,
Pentecoste . . . = 2 di giugno,
SS. Trinità . . = 9 di giugno,
Corpus Domini. = 13 di giugno,
1.ª Domenica dell'Avvento = 1 di dicembre,

Quattro tempi di

Primavera . . . = 6, 8, 9 di marzo,
Estate . . . . . = 5, 7, 8 di giugno,

Digitized by Google

Autunuo . . . = 18 , 20 , 21 di settembre ,
Inverno . . . . = 18 , 20 , 21 di dicembre ,
Numero delle domeniche intercette tra Pentecoste e l' Avvento=25.
SS. Nome di Gesù . . . . . =20 di gennaio,
Dolori di Maria Vergine . . . . . = 5 di aprile ,
Patrocinio di S. Giuseppe . . . . = 5 di maggio,
SS. Cuore di Gesù . . . . . =21 di giugno ,
S. Gioacchino padre di Maria Vergine =18 di agosto ,
SS. Nome di Maria Vergine . . . =15 di settem. ,
Festa de' 7 dolori di Maria Vergine =22 di settem. ,
Festa del SS. Rosario . . . . . = 6 di ottobre ,
Festa della purità di Maria Vergine =20 di ottobre ,
Patrocinio di Maria Vergine . . . =10 di novemb.

Esempio III. Si domandano le feste mobili gregoriane dell' anno venturo 1841.

Distaccando dalla destra le due ultime cifre , resta alla sinistra 18 , che sarà il numero de' secoli compiti fino all' anno dato 1841. Indi nella prima tavola posta alla fine dell' opera , e propriamente nella colonna de' valori di K si troverà 18, ed andando in linea fino alle colonne M , b' , v , si trova M=23 , b'=2 , v=18. In seguito nella tavola de' numeri d' oro posta alla pagina 60 , e propriamente nella colonna degli anni intermedî , si troverà l' anno dato 41 , ed andando in linea fino alla colonna che ha in testa v=18 , il numero d' oro segnato 18 sarà quello dell' anno dato 1841. Inoltre nella tavola spasa delle epatte posta alla pagina 78 e propriamente nella colonna de' valori di M , si troverà il numero dato 23 , ed andando in linea fino alla colonna che ha in

Digitized by Google

testa il numero d'oro 18, l'epatta segnata VII sarà quella dell'anno dato 1841. Di più nella tavola perpetua delle lettere domenicali gregoriane, poste alla pagina 49, e precisamente nella colonna degli anni intermedî, si troverà l'anno dato 41, ed andando in linea fino colonna che ha in testa $b'=2$, si troverà la lettera domenicale C, che sarà quella dell'anno dato 1841. In fine, nella tavola seconda posta alla fine dell'opera si troverà la lettera C, e nella corrispondente casella delle epatte si troverà l'epatta data VII, ed andando in linea fino alle colonne delle diverse feste mobili, si troverà essere la

Settuagesima . . . . = 7 di febbraio,
Le Ceneri . . . . . = 24 di febbraio,
Pasqua. . . . . = 11 di aprile,
Rogazioni . . . . . = 17, 18, 19 di maggio,
Ascensione. . . . . = 20 di maggio,
Pentecoste . . . . . = 30 di maggio,
SS. Trinità . . . . = 6 di giugno,
Corpus Domini . . = 10 di giugno,
1.ª Domenica dell'Avvento = 28 di novembre,

Quattro tempi di

Primavera . . . . . = 3, 5, 6 di marzo,
Estate . . . . . = 2, 4, 5 di giugno,
Autunno. . . . . = 15, 17, 18 di settembre,
Inverno . . . . . = 15, 17, 18 di dicembre,
Numero delle domeniche intercette tra Pentecoste e l'Avvento = 25.
SS. Nome di Gesù . . . . . .=17 di gennaio,

Digitized by Google

Dolori di Maria Vergine . . . . . .= 2 di aprile ,
Patrocinio di S. Giuseppe. . . . . .= 2 di maggio ,
SS. Cuore di Gesù . . . . . .=18 di giugno ,
S. Gioacchino Padre di Maria Vergine=22 di agosto ,
SS. Nome di Maria. . . . . .=12 di settem. ,
Festa de' 7 dolori di Maria Vergine=19 di settem. ,
Festa del SS. Rosario . . . . . .= 3 di ottobre,
Festa della Purità di Maria Vergine .=17 di ottobre,
Patrocinio di Maria Vergine . . . .=14 di novemb.

173. Lo stesso metodo si praticherà per trovare le feste mobili pel calendario giuliano, avvertendo però che nella tavola 1.ª posta alla fine dell' opera in vece del valore di b' si dovrà prendere quello di c' ; che nella tavola spasa delle epatte si dovrà sempre prendere la prima linea , ch' è quella che corrisponde al valore 15 di M , e che in luogo della tavola delle lettere domenicali gregoriane posta alla pagina 49 , si dovrà prendere quella delle lettere domenicali giuliane , posta alla pagina 31. Il seguente esempio renderà più chiara l' applicazione del processo.

Si domandano le feste mobili giuliane dell'anno corrente 1840.

Distaccando le due ultime cifre dalla dritta, resta alla sinistra 18 ch' è il numero de'secoli compiti sino all' anno dato. Indi nella prima tavola posta alla fine dell' opera , e propriamente nella colonna de' valori di K , si troverà 18 , ed andando in linea fino alle colonne c' , v , si troverà $c'=4$, e $v=18$. In seguito nella tavola de' numeri d' oro , posta alla pagina 60 , e propriamente nella colonna degli anni intermedî , si troverà l' anno dato 40 , ed andando in linea sino alla colonna che ha

Digitized by Google

in testa $v=18$, si troverà 17, che sarà il numero d'oro dell'anno dato 1840. Di più nella tavola spasa delle epatte, posta alla pagina 78, e propriamente nella prima linea orizzontale de' numeri d'oro, si troverà il numero dato 17, e l'epatta scritta immediatamente al disotto, ch'è IV sarà l'epatta giuliana dell'anno dato 1840. Inoltre nella tavola perpetua delle lettere domenicali giuliane posta alla pag. 31, e propriamente nella colonna degli anni intermedî, si troverà l'anno dato 40, ed andando in linea sino alla colonna che ha in testa $c'=4$, le lettere domenicali segnate GF saranno quelle dell'anno 1840. In fine nella tavola seconda posta in fine dell'opera si troverà la lettera domenicale F e nella corrispondente casella delle epatte si troverà l'epatta IV, ed andando in linea sino alle colonne di tutte le feste mobili, si troverà

Settuagesima . . . = 11 di febbraio, } l'anno è bi-
Le Ceneri. . . . = 28 di febbraio, } sestile
Pasqua . . . . . = 14 di aprile,
Rogazioni . . . . = 20, 21, 22 di maggio,
Ascensione . . . = 23 di maggio,
Pentecoste. . . . = 2 di giugno,
SS. Trinità . . . = 9 di giugno,
Corpus Domini . = 13 di giugno,
1.ª Domenica dell'Avvento = 1 di dicembre,

Quattro tempi di

Primavera. . . . = 6, 8, 9 di marzo,
Estate . . . . . = 5, 7, 8 di giugno,
Autunno . . . . = 18, 20, 21 di settembre,
Inverno . . . . . = 18, 20, 21 di dicembre,

Digitized by Google

Numero delle domeniche intercette tra Pentecoste e l'Avvento = 25

SS. Nome di Gesù . . . . . .=21 di gennaio,
Dolori di Maria Vergine . . . . . .= 5 di aprile,
Patrocinio di S. Giuseppe . . . . .= 5 di maggio,
SS. Cuore di Gesù . . . . . .=21 di giugno,
S.Gioacchino Padre di Maria Vergine=18 di agosto,
SS. Nome di Maria . . . . . .=15 di settem.,
Festa de' 7 dolori di Maria Vergine=22 di settem.,
Festa del SS. Rosario . . . . . .= 6 di ottobre,
Patrocinio di Maria Vergine . . . .=10 di novemb.

174. Possiamo servirci ancora delle tavole poste nel corpo e nella fine di quest' opera per risolvere tutti i problemi che abbiamo analiticamente risoluti nel capitolo 7.° non che gli altri più complicati, che si potrebbero proporre sulla dottrina del calendario, come chiaramente potrà rilevarsi da' seguenti esempî.

175. *Prob. I. Trovare tutti gli anni di un dato secolo che abbiano un dato numero d' oro.*

Supponiamo che si volessero gli anni del corrente secolo che avessero per numero d' oro 17. Poichè nel corrente secolo K=18, perciò nella tavola prima posta alla fine dell'opera, e propriamente nella colonna de' valori di K si troverà 18, ed andando in linea fino alla colonna de'valori di v, si troverà notato 18. Indi nella tavola perpetua de' numeri d' oro posta alla pagina 60, e propriamente nella colonna che ha in testa $v=18$, si troverà il numero dato 17, ed andando in linea sino alla colonna degli *anni intermedî*, si troveranno notati i numeri 2, 21, 40, 59, 78, 97, e questi dinoteranno gli anni del corrente secolo che

Digitized by Google

avranno per numero d' oro 17, i quali anni saranno per conseguenza il 1802, 1821, 1840, 1859, 1878, 1897, precisamente come trovammo nel primo esempio del numero 84.

Similmente volendo gli anni del passato secolo ch' ebbero per numero d' oro 3, si cercherà 17 nella prima colonna della tavola prima, posta alla fine dell' opera, ed andando in linea sino alla colonna, che ha in testa v, si trova segnato 17. Indi nella tavola perpetua de' numeri d' oro posta alla pagina 60 e propriamente nella colonna che ha in testa $v=17$, si troverà il numero d' oro dato 3, ed andando in linea verso la sinistra fino alla colonna degli *anni intermedi*, si trovano segnati i numeri 12, 31, 50, 69, 88; onde gli anni cercati furono il 2712, 1731, 1750, 1769, ed il 1788, appunto come trovammo nel secondo esempio del num. 84.

176. *Prob. II. Trovare tutti gli anni di un dato secolo che abbiano una data epatta.*

Supponiamo che si domandassero gli anni del corrente secolo che avranno per epatta XXVI. Nella colonna K della tavola prima posta alla fine dell' opera troveremo 18, ed andando in linea sino alla colonna M, troveremo notato 23. Indi nella tavola spasa delle epatte posta alla pagina 78, e propriamente nella prima colonna M a sinistra troveremo 23, ed andando in linea sino all'epatta XXVI, vedremo che il numero d'oro segnato al vertice della colonna alla quale appartiene XXVI, è 17, onde conchiuderemo che gli anni del corrente secolo, che hanno per epatta gregoriana XXVI, sono quelli stessi che hanno per numero d' oro 17, e perciò trovando, con l' aiuto del precedente problema, gli anni del corrente secolo che hanno per numero d' oro 17, si troveranno essere il 1802,

Digitized by Google

1821, 1840, 1859, 1878 ed il 1897, e questi saranno ancora gli anni che avranno per epatta gregoriana XXVI, precisamente come trovammo nel primo esempio del numero 86.

Del pari volendo trovare gli anni del secolo futuro, che avranno per epatta gregoriana XXII, avremo K=19, e perciò nella colonna K della tavola prima, posta alla fine dell'opera, troveremo 19, ed andando in linea fino alla colonna M, troviamo segnato il numero 24. Indi nella colonna M della tavola spasa delle epatte, posta alla pagina 78, troveremo 24, e nella corrispondente linea delle epatte cercheremo XXII, ed osservando il numero d'oro posto al vertice della colonna alla quale appartiene l'epatta XXII, vedremo che vi corrisponde 14. Quindi con l'aiuto del problema precedente trovando gli anni del secolo futuro che avranno per numero d'oro 14, troveremo essere il 1913, 1932, 1951, 1970, 1989, e questi saranno per conseguenza gli anni che avranno per epatta gregoriana XXII.

Lo stesso processo si praticherà per trovare tutti gli anni di un dato secolo che abbiano una data epatta giuliana, avvertendo solo che nel calendario giuliano essendo sempre M=15, perciò nella tavola spasa delle epatte si dovrà far uso della prima linea delle epatte.

177. È da notarsi, che se nella linea delle epatte della tavola spasa non si trovasse notato l'epatta data, sarà segno che in quel dato secolo non vi sono anni che abbiano l'epatta data. Così, perchè nella linea delle epatte, corrispondente al valore 23 di M (ch'è quella del corrente secolo) non vi è notata l'epatta XXIV, si conchiuderà che nel corso di questo secolo non vi saranno anni che potessero avere per epatta gregoriana XXIV.

Digitized by Google

178. *Prob. III. Trovare tutti gli anni di un dato secolo che abbiano una data lettera domenicale gregoriana.*

Proponiamoci, per esempio, di trovare tutti gli anni del corrente secolo che avranno per lettera domenicale gregoriana D. Perchè in questo secolo si ha K=18, perciò nella colonna K della tavola prima posta alla fine dell'opera si troverà 18, ed andando in linea fino alla colonna b', trovasi notato 2. Indi nella tavola perpetua delle lettere domenicali gregoriane posta alla pagina 49, e propriamente nella colonna che ha in testa $b'=2$, si troveranno tutte le lettere D, e per ciascuna di esse, ed andando in linea verso la sinistra, sino alla colonna degli anni intermedî, si troveranno i numeri 1, 29, 57, 85; 7, 35, 63, 91; 12, 40, 68, 96; 18, 46, 74; onde gli anni cercati saranno il 1801, 1807, 1812, 1818, 1829, 1835, 1840, 1846, 1857, 1863, 1868, 1874, 1885, 1891 ed il 1896, precisamente come trovammo nel primo esempio del numero 92.

Similmente volendo trovare tutti gli anni del secolo futuro che avranno per lettera domenicale gregoriana A, si osserverà che nel futuro secolo si ha K=19, e perciò nella colonna K della tavola prima posta alla fine dell' opera si troverà 19, ed andando in linea sino alla colonna b', si trova il numero 3. Indi nella tavola perpetua delle lettere domenicali gregoriane, posta alla pagina 49, e propriamente nella colonna che ha in testa $b'=3$, si troveranno successivamente tutte le lettere A, e, per ciascuna di queste, andando in linea verso la sinistra, sino alla colonna degli anni intermedî, si segneranno tutti i numeri notati, i quali saranno 5, 33, 61, 89; 11, 39, 67, 95; 16,

Digitized by Google

44, 72, 22, 50, 78; onde si conchiuderà che gli anni cercati saranno il 1905, 1911, 1916, 1922, 1933, 1939, 1944, 1950, 1961, 1967, 1972, 1978, 6989 ed il 1996, come trovammo nel numero 92.

179. Con l' aiuto di questo problema possiamo facilmente *trovare tutti gli anni di un dato secolo ne' quali un dato giorno di essi cade in un fissato giorno della settimana.*

Per esempio, proponiamoci di trovare tutti gli anni del futuro secolo ne' quali il giorno di S. Tommaso di Aquino, ch' è a' 7 di marzo, cade di martedì. Nella tavola della pagina 37, e propriamente nell' ultima colonna a destra, ch' è quella de' *giorni del mese*, troveremo 7, ed andando in linea verso la sinistra, troveremo che martedì sta segnato nella colonna E, la quale comincia di mercoledì. Indi nella prima colonna a sinistra, ch' è quella de' mesi, troveremo marzo, ed andando in linea verso la destra fino a che s' incontra mercordì, troveremo che questo corrisponde alla prima colonna, la quale ha in testa la lettera A, e questa sarà la lettera domenicale che dovranno avere gli anni cercati, affinchè il 7 di marzo cada di martedì. Onde trovando tutti gli anni del futuro secolo che avranno per lettera domenicale A, si troveranno essere il 1905, 1911, 1916, 1922, 1933, 1939, 1944, 1950, 1861, 1967, 1972, 1978, 1989, 1995, e questi per conseguenza saranno gli anni cercati.

Similmente volendo trovare tutti gli anni del corrente secolo ne' quali il giorno di S. Luigi Gonzaga, ch' è a' 21 di giugno, cade di domenica; nella tavola della pagina 37, e propriamente nell'ultima colonna a destra, ch' è quella de' *giorni del mese*, troveremo 21, ed andando in linea verso la

Digitized by Google

sinistra fino al giorno dato della settimana, cioè fino a che troveremo domenica, troveremo che questa appartiene alla colonna G, la quale comincia di lunedì. Indi nella prima colonna a sinistra, troveremo il mese di giugno, ed andando in linea verso la destra, fino a che incontreremo lunedì, troveremo che questo si trova appartenere alla colonna D, e perciò conchiuderemo che gli anni cercati saranno quelli che avranno per lettera domenicale D. Quindi, cercando tutti gli anni del corrente secolo che hanno D per lettera domenicale, troveremo essere il 1801, 1812, 1818, 1829, 1835, 1840, 1846, 1857, 1863, 1868, 1875, 1885, 1891 ed il 1896, e questi per conseguenza saranno ancora tutti gli anni del corrente secolo ne' quali il giorno 21 di giugno cadrà di domenica.

180. È da avvertirsi intanto che se il giorno dato cada in gennaio, ovvero in febbraio, in tal caso si troveranno col metodo esposto tutti gli anni comuni ne' quali il giorno dato cade nel fissato giorno della settimana, ed in seguito si troveranno gli anni bisestili che avranno per prima lettera domenicale quella stessa degli anni comuni trovati.

Così, volendo tutti gli anni del corrente secolo ne' quali il 27 di gennaio cade di lunedì, nella tavola della pagina 37, e propriamente nell' ultima colonna a destra, ch' è quella de' giorni del mese, si troverà il giorno 27, ed andando in linea verso la sinistra, si troverà che il lunedì appartiene alla colonna che comincia di mercordì, e che ha in testa la lettera E. Indi nella prima colonna a sinistra, ch' è quella de' mesi, troveremo gennaio, ed andando in linea verso la destra sino a che s' incontra mercordì, troveremo che questo appartiene alla stessa colonna che ha in testa la

Digitized by Google

lettera E, e perciò si dirà che gli anni comuni cercati sono quelli che avranno E per lettera domenicale. Onde trovando tutti gli anni comuni che avranno per lettera domenicale E, si troveranno essere 6, 34, 62, 90; 17, 45, 73; 23, 51, 79; e trovando in seguito gli anni bisestili che hanno per prima lettera domenicale E, si troveranno essere 12, 40, 68, 96. Quindi si dirà che tutti gli anni cercati saranno il 1806, 1812, 1817, 1823, 1834, 1840, 1845, 1851, 1862, 1868, 1873, 1879, 1690, 1896, precisamente come trovammo nel num. 94.

181. È da avvertirsi ancora che il metodo esposto in questo problema per trovare tutti gli anni di un secolo dato che abbiano una data lettera domenicale gregoriana, si applica ancora al calendario giuliano, con la sola differenza che in vece di far uso della tavola perpetua delle lettere domenicali gregoriane posta alla pagina 49, si dovrà usare quella delle lettere domenicali giuliane posta alla pagina 31.

182. *Probl. IV. Trovare tutti gli anni di un dato secolo che abbiano una data epatta ed una data lettera domenicale.*

Si troveranno con l' aiuto del problema 2.° tutti gli anni del secolo dato che hanno la data epatta, e con l' aiuto del problema 3.° si troveranno tutti quelli che hanno la data lettera domenicale, e poi tra queste due serie di anni si prenderanno i comuni, e questi saranno gli anni cercati. Se tali due serie di anni non avessero nessun' anno di comune, è segno allora che nel secolo dato non vi sono anni che avessero nel tempo stesso e la data epatta, e la data lettera domenicale.

Proponiamoci, per esempio, di trovare tutti

gli anni del corrente secolo, che avessero per epatta XXVI, e per lettera domenicale D. Cercheremo prima tutti gli anni che avranno per epatta XXVI, e troveremo essere questi (num.° 86) il 1802, 1821, 1840, 1859, 1878, ed il 1897. Indi cercheremo tutti gli anni che avranno per lettera domenicale D, e troveremo essere (num.° 92) il 1801. 1807, 1812, 1818, 1829, 1835, 1840, 1846, 1857, 1863, 1868, 1874, 1885, 1896. In fine prendendo tra queste due serie di anni quelli che sono comuni ad entrambi, avremo il solo 1840, e questo sarà per conseguenza il solo anno del corrente secolo che avrà per epatta XXVI, e per lettera domenicale D.

Lo stesso processo si praticherà per trovare gli anni di un dato secolo che avessero una data epatta ed una data lettera domenicale giuliana.

183. *Probl. V. Dato il giorno della Pasqua, trovare la lettera domenicale, e l' epatta corrispondente.*

Supponiamo che il giorno della Pasqua sia il 9 di aprile, e che si domandassero la lettera domenicale e l' epatta corrispondente. Nella tavola della pagina 179, e propriamente nella colonna della Pasqua, si troverà il 9 di aprile, ed andando in linea verso la sinistra sino alla colonna delle epatte e della lettera domenicale, si troveranno le epatte 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, e la lettera domenicale A. Dunque affinchè la Pasqua possa cadere a' 9 di aprile, dovrà essere la lettera domenicale A, e l' epatta una delle trovate, 5, 6, 7, 8, 9, 10. 11.

Similmente si trova che per cadere la Pasqua a' 25 di marzo, dev'essere la lettera domenicale G, e l' epatta uno de' numeri 20, 21, 22, 23.

184. *Probl. VI. Trovare tutti gli anni di un secolo dato ne' quali la Pasqua cadrà a' 22 di marzo.*

Col problema precedente si trova che per cadere la Pasqua a' 22 di marzo, dovrà essere la lettera domenicale D e l'epatta XXIII, e perciò per trovare gli anni di un secolo dato ne' quali la Pasqua cadrà a' 22 di marzo, basta trovare tutti gli anni del secolo dato che abbiano per epatta XXIII e per lettera domenicale D, e questi saranno gli anni cercati.

Così, volendo gli anni del corrente secolo nei quali la Pasqua cadrà a' 22 di marzo, si cercheranno mediante il problema 4.° tutti gli anni che tengono per epatta XXIII e per lettera domenicale D, e siccome si trova il solo anno 1818, perciò si dirà che nel corso del corrente secolo solo nel 1818 cadde la Pasqua a' 22 di marzo.

Similmente volendo gli anni del passato secolo ne' quali la Pasqua cadde a' 22 di marzo, cercheremo gli anni ch'ebbero per lettera domenicale D e per epatta XXIII, e troveremo il solo 1761; onde diremo che nel passato secolo non vi fu che il solo anno 1761 ch' ebbe la Pasqua a' 22 di marzo.

N. B. Lo stesso processo si praticherà pel calendario giuliano.

185. *Prob. VII. Trovare tutti gli anni di un dato secolo ne' quali la Pasqua cadrà a' 25 di aprile.*

Col problema 5.° si trova che per cadere la Pasqua a' 25 di aprile dev'essere C la lettera domenicale, e XXVI o pure XXV l'epatta, notando però, che nel caso che l'epatta è XXV dev' essere inoltre il numero d' oro minore di 11, altrimenti l' epatta sarà 25 di diverso carattere, e la Pasqua cadrà a' 18 di aprile, come avvertimmo nel numero 44 e nella nota del numero 54. Quindi per trovare gli anni del secolo dato ne' quali la Pasqua cadrà

Digitized by Google

a' 25 di aprile, si troveranno, con l'aiuto del problema 4.° tutti gli anni che avranno per lettera domenicale C e per epatta XXIV, indi tutti quelli che avranno per lettera domenicale C e per epatta XXV, e che avessero però il numero d'oro minore di 11, e questi anni così trovati, saranno quelli ne' quali la Pasqua cadrà a' 25 di aprile.

Supponiamo che si volessero gli anni del corrente secolo ne' quali la Pasqua cadrà a' 25 di aprile. Trovando gli anni che avranno per lettera dodomenicale C e per epatta XXIV, si vedrà che nessun' anno di questo secolo sodisfa a queste due condizioni. Trovando poi gli anni che avranno per lettera domenicale C e per epatta XXV, si trova il solo anno 1886, e siccome il corrispondente numero d'oro 6 è minore di 11, perciò si dirà che nel corrente secolo non vi sarà che il solo anno 1886, che avrà la Pasqua gregoriana a' 25 di aprile.

Nello stesso modo si trova che nel futuro secolo non vi sarà che il solo anno 1943 che avrà la Pasqua a' 25 di aprile.

N. B. Lo stesso processo si praticherà per trovare tutti gli anni di un secolo dato, ne' quali la Pasqua giuliana cadrà a' 25 di aprile, avvertendo però, che siccome nel calendario giuliano non potrà mai aver luogo l'epatta XXIV, come osservammo al numero 167, così basterà trovare solamente gli anni del secolo dato che avranno per lettera domenicale C, e per epatta XXV, e questi saranno gli anni cercati.

186. *Probl. VIII. Trovare tutti gli anni di un secolo dato ne' quali la Pasqua cadrà in un giorno dato.*

Conoscendo il giorno in cui cadrà la Pasqua, si potrà determinare la lettera domenicale, e l'e-

patta corispondente con l'aiuto del problema 5.° Indi si troveranno, per mezzo del problema 4.° tutti gli anni del dato secolo che avranno la lettera domenicale trovata e la determinata epatta, e questi saranno gli anni ne' quali la Pasqua cadrà nel giorno dato.

Così volendo trovare tutti gli anni del corrente secolo ne' quali la Pasqua cadrà a' 14 di aprile, determineremo la lettera domenicale e l'epatta corrispondente, e troveremo che la lettera domenicale dev' essere F, e che l'epatta dev' essere VI, V, IV, III, II, I, *.

Quindi trovando con l'aiuto del problema 4.°, tutti gli anni del corrente secolo che avessero questa lettera e queste epatte, si troverà che in questo secolo non vi sono anni che avessero per epatta II e V, e di più che non vi sono anni che avessero nel tempo stesso per lettera domenicale F, e per epatta III. Si troverà poi che il 1805 ha per epatta I e per lettera domenicale F; il 1811 ha per epatta IV e per lettera domenicale F, ed il 1896 avrà per epatta VI e per lettera domenicale F. Onde gli anni cercati, cioè quelli del corrente secolo ne' quali la Pasqua cadrà a' 14 di aprile, sono il 1805, 1811, ed il 1896.

Similmente si trova che gli anni del passato secolo ne' quali la Pasqua cadde a' 3 di aprile furono il 1765, 1768, ed il 1774.

N. B. Lo stesso processo si praticherà per trotrovare tutti gli anni di un secolo dato, ne' quali la Pasqua giuliana cadrà in un dato giorno.

187. *Probl. IX. Trovare tutti gli anni di un dato secolo ne' quali il mese di febbraio avrà cinque dati giorni della settimana.*

Supponiamo che si volessero gli anni del cor-

Digitized by Google

rente secolo ne' quali il mese di febbraio avesse cinque sabati. Nella tavola prima, posta alla fine dell' opera, e propriamente nella colonna K, si troverà 18 ch' è il secolo corrente, ed andando in linea sino alla colonna che ha in testa b', si trova essere $b'=2$. Indi nella tavola della pagina 219, e propriamente nella prima colonna a sinistra che contiene i giorni della settimana, si troverà sabato, ed andando in linea fino alla colonna che ha in testa $b'=2$, i numeri segnati 12, 40, 68, 96, ci daranno gli anni cercati, i quali saranno il 1812, 1840, 1868, ed il 1896, precisamente come trovammo nel primo esempio della pagina 215.

Del pari volendo gli anni del passato secolo ne' quali il mese di febbraio ebbe cinque mercoledì: nella tavola prima posta alla fine dell'opera, e propriamente nella colonna K troveremo 17, ed andando in linea sino alla colonna che ha in testa b', troveremo che $b'=1$. Indi nella tavola della pagina 219, e propriamente nella prima colonna a sinistra, troveremo il giorno dato mercoledì, ed andando in linea fino alla colonna che ha in testa $b'=1$, troveremo segnati i numeri 8, 36, 64, 92 che ci daranno gli anni cercati, i quali per conseguenza saranno il 1708, 1736, 1764 ed il 1792, precisamente come trovammo nel secondo esempio della pagina 215.

Pel calendario giuliano si preticherà la medesima regola, facend' uso però della tavola della pagina 221 in luogo di quella della pagina 219.

FINE.

615489

Digitized by Google

TAVOLA PRIMA.

K	M	N	b'	c'	v	K	M	N	b'	c'	v
16	22	2	0	2	16	44	4	2	0	2	6
17	23	3	1	3	17	45	5	3	1	3	7
18	23	4	2	4	18	46	5	4	2	4	8
19	24	5	3	5	0	47	6	5	3	5	9
20	24	5	0	6	1	48	6	5	0	6	10
21	24	6	1	0	2	49	6	6	1	0	11
22	25	0	2	1	3	50	7	0	2	1	12
23	26	1	3	2	4	51	8	1	3	2	13
24	25	1	0	3	5	52	7	1	0	3	14
25	26	2	1	4	6	53	8	2	1	4	15
26	27	3	2	5	7	54	9	3	2	5	16
27	27	4	3	6	8	55	9	4	3	6	17
28	27	4	0	0	9	56	9	4	0	0	18
29	28	5	1	1	10	57	10	5	1	1	0
30	28	6	2	2	11	58	10	6	2	2	1
31	29	0	3	3	12	59	11	0	3	3	2
32	29	0	0	4	13	60	11	0	0	4	3
33	29	1	1	5	14	61	11	1	1	5	4
34	0	2	2	6	15	62	12	2	2	6	5
35	1	3	3	0	16	63	13	3	3	0	6
36	0	3	0	1	17	64	12	3	0	1	7
37	1	4	1	2	18	65	13	4	1	2	8
38	2	5	2	3	0	66	14	5	2	3	9
39	2	6	3	4	1	67	15	6	3	4	10
40	2	6	0	5	2	68	14	6	0	5	11
41	3	0	1	6	3	69	15	0	1	6	12
42	4	1	2	0	4	70	16	1	2	0	13
43	4	2	3	1	5	71	16	2	3	1	14

Digitized by Google

SEGUITO DELLA TAVOLA PRIMA.

K	M	N	b'	c'	v
72	16	2	0	2	15
73	17	3	1	3	16
74	17	4	2	4	17
75	18	5	3	5	18
76	18	5	0	6	0
77	18	6	1	0	1
78	19	0	2	1	2
79	20	1	3	2	3
80	19	1	0	3	4
81	20	2	1	4	5
82	22	3	2	5	6
83	22	4	3	6	7
84	22	4	0	0	8
85	23	5	1	1	9
86	23	6	2	2	10
87	24	0	3	3	11
88	24	0	0	4	12
89	24	1	1	5	13
90	25	2	2	6	14
91	26	3	3	0	15
92	26	3	0	1	16
93	26	4	1	2	17
94	27	5	2	3	18
95	28	6	3	4	0
96	27	6	0	5	1
97	28	0	1	6	2
98	29	1	2	0	3
99	29	2	3	1	4

K	M	N	b'	c'	v
100	29	2	0	2	5
101	0	3	1	3	6
102	0	4	2	4	7
103	1	5	3	5	8
104	1	5	0	6	9
105	1	6	1	0	10
106	2	0	2	1	11
107	3	1	3	2	12
108	2	1	0	3	13
109	3	2	1	4	14
110	4	3	2	5	15
111	4	4	3	6	16
112	4	4	0	0	17
113	5	5	1	1	18
114	5	6	2	2	0
115	6	0	3	3	1
116	6	0	0	4	2
117	7	1	1	5	3
118	7	2	2	6	4
119	8	3	3	0	5
120	8	3	0	1	6
121	8	4	1	2	7
122	9	5	2	3	8
123	10	6	3	4	9
124	9	6	0	5	10
125	10	0	1	6	11
126	11	1	2	0	12
127	11	2	3	1	13

Digitized by Google

SEGUITO DELLA TAVOLA PRIMA.

K	M	N	b'	c'	v'
128	11	2	0	2	14
129	12	3	1	3	15
130	12	4	2	4	16
131	13	5	3	5	17
132	13	5	0	6	18
133	13	6	1	0	0
134	14	0	2	1	1
135	15	1	3	2	2
136	14	1	0	3	3
137	15	2	1	4	4
138	16	3	2	5	5
139	16	4	3	6	6
140	16	4	0	0	7
141	17	5	1	1	8
142	18	6	2	2	9
143	18	0	3	3	10
144	18	0	0	4	11
145	19	1	1	5	12
146	19	2	2	6	13
147	20	3	3	0	14
148	20	3	0	1	15
149	20	4	1	2	16
150	21	5	2	3	17
151	22	6	3	4	18
152	21	6	0	5	0
153	22	0	1	6	1
154	23	1	2	0	2
155	23	2	3	1	3

K	M	N	b'	c'	v
156	23	2	0	2	4
157	24	3	1	3	5
158	24	4	2	4	6
159	25	5	3	5	7
160	25	5	0	6	8
161	25	6	1	0	9
162	26	0	2	1	10
163	27	1	3	2	11
164	26	1	0	3	12
165	27	2	1	4	13
166	28	3	2	5	14
167	29	4	3	6	15
168	28	4	0	0	16
169	29	5	1	1	17
170	0	6	2	2	18
171	0	0	3	3	0
172	0	0	0	4	1
173	1	1	1	5	2
174	1	2	2	6	3
175	2	3	3	0	4
176	2	3	0	1	5
177	2	4	1	2	6
178	3	5	2	3	7
179	4	6	3	4	8
180	3	6	0	5	9
181	4	0	1	6	10
182	5	1	2	0	11
183	5	2	3	1	12

Digitized by Google

SEGUITO DELLA TAVOLA PRIMA.

K	M	N	b'	c'	v	K	M	N	b'	c'	v
184	5	2	0	2	13	212	17	2	0	2	3
185	6	3	1	3	14	213	18	3	1	3	4
186	6	4	2	4	15	214	18	3	2	4	5
187	7	5	3	5	16	215	19	5	3	5	6
188	7	5	0	6	17	216	19	5	0	6	7
189	7	6	1	0	18	217	20	6	1	0	8
190	8	0	2	1	0	218	20	0	2	1	9
191	9	1	3	2	1	219	21	1	3	2	10
192	9	1	0	3	2	220	21	1	0	3	11
193	9	2	1	4	3	221	21	2	1	4	12
194	10	3	2	5	4	222	23	3	2	5	13
195	11	4	3	6	5	223	24	4	3	6	14
196	10	4	0	0	6	224	23	4	0	0	15
197	11	5	1	1	7	225	24	5	1	1	16
198	12	6	2	2	8	226	25	6	2	2	17
199	12	0	3	3	9	227	25	0	3	3	18
200	12	0	0	4	10	228	25	0	0	4	0
201	13	1	1	5	11	229	26	1	1	5	1
202	13	2	2	6	12	230	26	2	2	6	2
203	14	3	3	0	13	231	27	3	3	0	3
204	14	3	0	1	14	232	27	3	0	1	4
205	14	4	1	2	15	233	27	4	1	2	5
206	15	5	2	3	16	234	28	5	2	3	6
207	16	6	3	4	17	235	29	6	3	4	7
208	15	6	0	5	18	236	28	6	0	5	8
209	16	0	1	6	0	237	29	0	1	6	9
210	17	1	2	0	1	238	0	1	2	0	10
211	17	2	3	1	2	239	0	2	3	1	11

Digitized by Google

SEGUITO DELLA TAVOLA PRIMA.

K	M	N	b'	c'	v
240	0	2	0	2	12
241	1	3	1	3	13
242	2	4	2	4	14
243	2	5	3	5	15
244	2	5	0	6	16
245	3	6	1	0	17
246	3	0	2	1	18
247	4	1	3	2	0
248	4	1	0	3	1
249	4	2	1	4	2
250	5	3	2	5	3
251	6	4	3	6	4
252	5	4	0	0	5
253	6	5	1	1	6
254	7	6	2	2	7
255	7	0	3	3	8
256	7	0	0	4	9
257	8	1	1	5	10
258	8	2	2	6	11
259	9	3	3	0	12
260	9	3	0	1	13
261	9	4	1	2	14
262	10	5	2	3	15
263	11	6	3	4	16
264	10	6	0	5	17
265	11	0	1	6	18
266	12	1	2	0	0
267	13	2	3	1	1

K	M	N	b'	c'	v
268	14	2	0	2	2
269	13	3	1	3	3
270	14	4	2	4	4
271	14	5	3	5	5
272	14	5	0	6	6
273	15	6	1	0	7
274	15	0	2	1	8
275	16	1	3	2	9
276	16	1	0	3	10
277	16	2	1	4	11
278	17	3	2	5	12
279	18	4	3	6	13
280	17	4	0	0	14
281	18	5	1	1	15
282	19	6	2	2	16
283	19	0	3	3	17
284	19	0	0	4	18
285	20	1	1	5	0
286	20	2	2	6	1
287	21	3	3	0	2
288	21	3	0	1	3
289	21	4	1	2	4
290	22	5	2	3	5
291	23	6	3	4	6
292	23	6	0	5	7
293	23	0	1	6	8
294	24	1	2	0	9
295	25	2	3	1	10

Digitized by Google

SEGUITO DELLA TAVOLA PRIMA.

K	M	N	b'	c'	v	K	M	N	b'	c'	v
296	24	2	0	2	11	324	6	2	0	2	1
297	25	3	1	3	12	325	7	3	1	3	2
298	26	4	2	4	13	326	8	3	2	4	3
299	26	5	3	5	14	327	8	5	3	5	4
300	26	5	0	6	15	328	8	5	0	6	5
301	27	6	1	0	16	329	9	6	1	0	6
302	27	0	2	1	17	330	9	0	2	1	7
303	28	1	3	2	18	331	10	1	3	2	8
304	28	1	0	3	0	232	10	1	0	3	9
305	28	2	1	4	1	333	10	2	1	4	10
306	29	3	2	5	2	334	11	3	2	5	11
307	0	4	3	6	3	335	12	4	3	6	12
308	29	4	0	0	4	336	11	4	0	0	13
309	0	5	1	1	5	337	12	5	1	1	14
310	1	6	2	2	6	338	13	6	2	2	15
311	1	0	3	3	7	339	13	0	3	3	16
312	1	0	0	4	8	340	13	0	0	4	17
313	2	1	1	5	9	341	14	1	1	5	18
314	2	2	2	6	10	342	15	2	2	6	0
315	3	3	3	0	11	343	15	3	3	0	1
316	3	3	0	1	12	344	15	3	0	1	2
317	4	4	1	2	13	345	16	4	1	2	3
318	4	5	2	3	14	346	16	5	2	3	4
319	5	6	3	4	15	347	17	6	3	4	5
320	5	6	0	5	16	348	17	6	0	5	6
321	5	0	1	6	17	349	17	0	1	6	7
322	6	1	2	0	18	350	18	1	2	0	8
323	7	2	3	1	0	351	19	2	3	1	9

Digitized by Google

SEGUITO DELLA TAVOLA PRIMA.

K	M	N	b'	c'	v	K	M	N	b'	c'	v
352	18	2	0	2	10	380	1	2	0	2	0
353	19	3	1	3	11	381	2	3	1	3	1
354	20	4	2	4	12	382	3	4	2	4	2
355	20	5	3	5	13	383	3	5	3	5	3
356	20	5	0	6	14	384	3	5	0	6	4
357	21	6	1	0	15	385	4	6	1	0	5
358	21	0	2	1	16	386	4	0	2	1	6
359	22	1	3	2	17	387	5	1	3	2	7
360	22	1	0	3	18	388	5	1	0	3	8
361	22	2	1	4	0	389	5	2	1	4	9
362	24	3	2	5	1	390	6	3	2	5	10
363	25	4	3	6	2	391	7	4	3	6	11
364	24	4	0	0	3	392	7	4	0	0	12
365	25	5	1	1	4	393	7	5	1	1	13
366	26	6	2	2	5	394	8	6	2	2	14
367	27	0	3	3	6	395	9	0	3	3	15
368	26	0	0	4	7	396	8	0	0	4	16
369	27	1	1	5	8	397	9	1	1	5	17
370	28	2	2	6	9	398	10	2	2	6	18
371	28	3	3	0	10	399	10	3	3	0	0
372	28	3	0	1	11	400	10	3	0	1	1
373	29	4	1	2	12	401	11	4	1	2	2
374	29	5	2	3	13	402	11	5	2	3	3
375	0	6	3	4	14	403	12	6	3	4	4
376	0	6	0	5	15	404	12	6	0	5	5
377	0	0	1	6	16	405	12	0	1	6	6
378	1	1	2	0	17	406	13	1	2	0	7
379	2	2	3	1	18	407	14	2	3	1	8

Digitized by Google

SEGUITO DELLA TAVOLA PRIMA.

K	M	N	b'	c'	v
408	13	2	0	2	9
409	14	3	1	3	10
410	15	4	2	4	11
411	15	5	3	5	12
412	15	5	0	6	13
413	16	6	1	0	14
414	16	0	2	1	15
415	17	1	3	2	16
416	17	1	0	3	17
417	18	2	1	4	18
418	18	3	2	5	0
419	19	4	3	6	1
420	19	4	0	0	2
421	19	5	1	1	3
422	20	6	2	2	4
423	21	0	3	3	5
424	20	0	0	4	6
425	21	1	1	5	7
426	22	2	2	6	8
427	22	3	3	0	9
428	22	3	0	1	10
429	23	4	1	2	11
430	23	5	2	3	12
431	24	6	3	4	13
432	24	6	0	5	14
433	24	0	1	6	15
434	25	1	2	0	16
435	26	2	3	1	17

K	M	N	b'	c'	v
436	25	2	0	2	18
437	26	3	1	3	0
438	27	4	2	4	1
439	27	5	3	5	2
440	27	5	0	6	3
441	28	6	1	0	4
442	29	0	2	1	5
443	29	1	3	2	6
444	29	1	0	3	7
445	0	2	1	4	8
446	0	3	2	5	9
447	1	4	3	6	10
448	1	4	0	0	11
449	1	5	1	1	12
450	2	6	2	2	13
451	3	0	3	3	14
452	2	0	0	4	15
453	3	1	1	5	16
454	4	2	2	6	17
455	4	3	3	0	18
456	4	3	0	1	0
457	5	4	1	2	1
458	5	5	2	3	2
459	6	6	3	4	3
460	6	6	0	5	4
461	6	0	1	6	5
462	7	1	2	0	6
463	8	2	3	1	7

Digitized by Google

SEGUITO DELLA TAVOLA PRIMA.

K	M	N	b'	c'	v'	K	M	N	b'	c'	v
464	7	2	0	2	8	492	20	2	0	2	17
465	8	3	1	3	9	493	20	3	1	3	18
466	9	4	2	4	10	494	21	4	2	4	0
467	10	5	3	5	11	495	22	5	3	5	1
468	9	5	0	6	12	496	21	5	0	6	2
469	10	6	1	0	13	497	22	6	1	0	3
470	11	0	2	1	14	498	23	0	2	1	4
471	11	1	3	2	15	499	23	1	3	2	5
472	11	1	0	3	16	500	23	1	0	3	6
473	12	2	1	4	17	501	24	2	1	4	7
474	12	3	2	5	18	502	25	3	2	5	8
475	13	4	3	6	0	503	26	4	3	6	9
476	13	4	0	0	1	504	26	4	0	0	10
477	13	5	1	1	2	505	26	5	1	1	11
478	14	6	2	2	3	506	27	6	2	2	12
479	15	0	3	3	4	507	28	0	3	3	13
480	14	0	0	4	5	508	27	0	0	4	14
481	15	1	1	5	6	509	28	1	1	5	15
482	16	2	2	6	7	510	29	2	2	6	16
483	16	3	3	0	8	511	29	3	3	0	17
484	16	3	0	1	9	512	29	3	0	1	18
485	17	4	1	2	10	513	0	4	1	2	0
486	17	5	2	3	11	514	0	5	2	3	1
487	18	6	3	4	12	515	1	6	3	4	2
488	18	6	0	5	13	516	1	6	0	5	3
489	18	0	1	6	14	517	2	0	1	6	4
490	19	1	2	0	15	518	2	1	2	0	5
491	20	2	3	1	16	519	3	2	3	1	6

Digitized by Google

NDA

PUS IN I.	SS. NOME di MARIA.	FESTA de' sette dolori di M. V.	FESTA del SS. ROSARIO	FESTA della PURITA' di M. V.	PATROCINIO di M. V.
aggio aggio ugno ugno ugno	13 settembre	20 settembre	4 ottobre	18 ottobre	15 novembre
aggio aggio ugno ugno ugno	14 settembre	21 settembre	5 ottobre	19 ottobre	9 novembre
aggio aggio ugno ugno ugno	15 settembre	22 settembre	6 ottobre	20 ottobre	10 novembre
aggio aggio ugno ugno ugno	9 settembre	16 settembre	7 ottobre	21 ottobre	11 novembre
aggio ugno ugno ugno	10 settembre	17 settembre	1 ottobre	15 ottobre	12 novembre
aggio ugno ugno ugno ugno	11 settembre	18 settembre	2 ottobre	16 ottobre	13 novembre
aggio ugno ugno ugno ugno	12 settembre	19 settembre	3 ottobre	17 ottobre	14 novembre

e se no.

Digitized by Google

Digitized by Google

Digitized by Google

Digitized by Google

Dr. 1.30-

Digitized by Google

Digitized by Google

Digitized by Google